Ludwik KANIA<sup>1</sup>, Szczepan ŚPIEWAK<sup>2</sup>,

# WYZNACZANIE REAKCJI KULEK ŁOŻYSKA WIEŃCOWEGO OSADZONEGO W STRUKTURACH ROBOCZYCH KOPARKI JEDNONACZYNIOWEJ

**Streszczenie.** W artykule zaprezentowano problem dotyczący metodyki modelowania łożysk wieńcowych przy częściowym lub całkowitym uwzględnieniu struktur osadczych maszyny roboczej. Opisano budowę dwóch przykładowych modeli. Obiektem analizy była koparka gąsienicowa jednoczerpakowa typu F250H. Podano podstawowe parametry analizowanego łożyska. W procedurze modelowania wykorzystano metodę elementów skończonych. Obliczenia potrzebne do wyznaczenia dystrybucji sił obciążających kulki w łożysku były przeprowadzone za pomocą procedur wykorzystujących system ADINA. Prezentowany sposób obliczania łożysk wykorzystywał również zależności analityczne warunkujące obciążalność strefy styku kulka-bieżnia. Wybrane rozkłady reakcji kulek zaprezentowano w formie graficznej.

**Słowa kluczowe:** łożyska wieńcowe, charakterystyka zastępcza, charakterystyka nośności statycznej, maszyny robocze, metoda elementów skończonych

## DETERMINING THE REACTIONS OF BALLS SLEWING BEARING MOUNTED IN WORKING STRUCTURES OF THE SINGLE-BUCKET EXCAVATOR

**Summary.** In the article the problem of modeling methodology slewing bearings by take into account partial or complete structures of housing in the working machine is presented. The structures of two exemplary models are described. The object of the study was single-bucket excavator caterpillar type F250H. Basic parameters of analyzed bearing are presented. The finite element method has been used to the modeling procedure. The calculation which is needed to calculate the force loading of balls slewing bearing has been done using the ADINA program. The way of calculating single-row ball slewing bearing rings which is presented in this paper, used the analytic correlation which determine the permissible load of contact zone (ball-bearing race in slewing bearings) too. The chosen distributions of reactions loading on the balls are presented. The results are shown as a graph.

**Keywords:** slewing bearing, equivalent characteristic, characteristics of static carrying capacity, working machines, finite element method

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska, Częstochowa, e-mail: ludwik@imipkm.pcz.pl

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Instytut Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Częstochowska, Częstochowa, e-mail: szczepan\_spiewak@poczta.onet.pl

### 1. WPROWADZENIE

W maszynach roboczych, takich jak żurawie przeładunkowe, koparki, turbiny wiatrowe, maszyny górnicze i wiertnicze złóż, obrotowe podgrzewacze powietrza, główne zespoły połączone są ze sobą za pośrednictwem łożysk wieńcowych różnego typu. Łożyska toczne wieńcowe pomimo swej różnorodności mają wiele cech wspólnych i jednocześnie odmiennych od łożysk zwykłych. Do najbardziej charakterystycznych właściwości łożysk wieńcowych można zaliczyć: duże wartości średnic tocznych (od 300 mm), sposób mocowania pierścieni w strukturach osadczych (najczęściej za pomocą śrub mocujących umieszczonych w otworach wykonanych na obwodzie pierścieni łożyska), nacięty na obwodzie jednego z pierścieni wieniec zębaty (istnieją łożyska wieńcowe bez uzębienia), specyfikę obciążenia zewnętrznego (dostosowane do równoczesnego przenoszenia sił osiowych Q, promieniowych H i charakterystycznego momentu wywrotnego M), statyczny charakter pracy (wolnobieżny ruch obrotowy nieprzekraczający 15 obr/min, często połączony z cyklem oscylacyjnym, w którym zwykle pierścień nie wykonuje pełnego obrotu), znaczne wytężenie układu element toczny-bieżnia (praca w zakresie odkształceń plastycznych), proporcje wymiarowe pomiędzy średnicą toczną łożyska a średnicami części tocznych, odmienne materiały stosowane na bieżnie łożysk i na części toczne, dużą względną podatność giętno-skrętna pierścieni łożyska w stosunku do podatności osadzenia i podatności strefy styku element toczny-bieżnia itp. [5].

Podstawowym kryterium doboru łożysk wieńcowych jest zakres dopuszczalnych obciążeń zewnętrznych normatywnie określanych w postaci charakterystyki nośności statycznej. Charakterystyka nośności statycznej jest budowana na relacji wzajemnych zależności – przenoszonego momentu wywrotnego M od siły osiowej Q dla założonej wartości siły promieniowej H. Charakterystyki te normują zakresy dopuszczalnych obciążeń, jakie dane łożysko jest w stanie bezpiecznie przenieść. Do wyznaczania nośności statycznej łożysk wieńcowych stosuje się metodę analityczną, zgodnie z którą przemieszczenia pierścieni są w modelu traktowane jak ruch bryły sztywnej, lub coraz częściej wykorzystywaną metodę elementów skończonych, pozwalającą na uwzględnienie podatności stry styku element toczny-bieżnia, zmiany kąta działania łożyska.

Stosując jedną wyszczególnionych metod wyznaczania katalogowej nośności statycznej łożysk wieńcowych, producent łożyska zakłada, że łożysko będzie osadzone w jednolitej zabudowie pierścieniowej o ściśle określonych proporcjach wymiarowych [6]. W przypadku łożysk posadowionych na wiotkich strukturach nośnych istnieje niebezpieczeństwo generowania tzw. twardych punktów. Stanowią one miejsca lokalnie powstających koncentracji naprężeń. W efekcie kilka elementów tocznych współpracujących z bieżniami łożyska jest poddawanych wielokrotnie większym obciążeniom niż pozostałe. Wpływa to na zmianę nośności łożyska w odniesieniu do nośności katalogowej. Szerokie spektrum badań rozpoznawczych nad wpływem posadowienia łożysk wieńcowych na dystrybucję obciążeń części tocznych przedstawiono między innymi w pracy [9].

Znajomość rozkładów sił obciążających lokalne strefy styku element toczny-bieżnia ma duże znaczenie praktyczne, gdyż pozwala na identyfikację newralgicznych składowych obciążenia zewnętrznego. Ponadto o przebiegu charakterystyki nośności statycznej decyduje element toczny najbardziej obciążony, dla którego określa się siły dopuszczalne. Obciążenie graniczne części tocznej wyznacza się na drodze rozwiązania zagadnienia kontaktowego w obszarze strefy styku element toczny-bieżnia przy założeniu względnych dopuszczalnych odkształceń plastycznych lub granicznych wartości nacisków kontaktowych. Podobnie można wyznaczyć rozkład obciążenia działającego na śruby mocujące. W związku z powyższym celem niniejszego artykułu jest przeprowadzenie analizy możliwości modelowego wyznaczenia sił działających na elementy toczne łożyska wieńcowego w zależności od budowy struktury osadczej łożyska.

### 2. OPIS ZASTOSWANYCH MODELI ŁOŻYSKA

Założono, że obiektem analiz będzie koparka gąsienicowa F250H, w której ruch obrotowy nadwozia wzglądem podwozia jest realizowany za pośrednictwem jednorzędowego łożyska wieńcowego kulkowego o numerze 1.4P.Z.H.44.1105.5.1.01.A [8]. Zarys przekroju poprzecznego rozpatrywanego łożyska przedstawiono na rysunku 1, a podstawowe parametry konstrukcyjne zestawiono w tabeli 1. Do realizacji celów pracy wykorzystano metodę elementów skończonych (MES). Zdefiniowane zadanie zaimplementowano w systemie ADINA [1].



Rys. 1. Podstawowe parametry geometryczne łożyska wieńcowego jednorzędowego Fig. 1. Basic geometric parameters of the single-row ball slewing bearing rings

Tabela 1

Podstawowe parametry rozpatrywanego łożyska wieńcowego jednorzędowego

Parametr łożyska		Wartość
1	Średnica toczna łożyska $d_t$ [mm] (rys. 1)	1105
2	Średnica kulki d <sub>k</sub> [mm]	44
4	Współczynnik przylegania kulki do bieżni k <sub>p</sub>	0,96
5	Wymiar <i>d</i> <sub>zp</sub> [mm] (rys. 1)	1260
6	Wymiar $d_{zo}$ [mm] (rys. 1)	1200
7	Wymiar $d_{wo}$ [mm] (rys. 1)	1010
8	Wymiar $d_{wp}$ [mm] (rys. 1)	960
9	Wysokość pierścienia h [mm] (rys. 1)	175
10	Wymiar <i>a</i> [mm] (rys. 1)	10
11	Wymiar b [mm] (rys. 1)	171
12	Wymiar $h_w$ [mm] (rys. 1)	117
13	Wymiar $h_z$ [mm] (rys. 1)	122
14	Luz międzypierścieniowy L <sub>p</sub> [mm] (rys. 1)	7
15	Nominalny kąt działania $\alpha_0[^\circ]$	45

16	Współczynnik wypełnienia rzędu	0,83
17	Liczba kulek łożyska	64
18	Twardość powierzchniowa kulek	62
19	Twardość powierzchniowa bieżni	56
20	Liczba śrub mocujących pierścień wewnętrzny/zewnętrzny	42/42
23	Rozmiar i klasa wytrzymałości śrub mocujących wg [4]	M24-12.9

cd. tabeli 1

Wartości granicznego obciążenia poszczególnych stref kulka-bieżnia wyznaczono, wykorzystując kryterium względnych dopuszczanych deformacji plastycznych strefy styku kulka-bieżnia oraz analityczne wzory podane w pracy [2]. Dla danych materiałowych i geometrycznych analizowanego łożyska wartość siły dopuszczalnej wyniosła  $F_{dop} = 158$  kN, natomiast wartość siły napięcia wstępnego śrub mocujących  $S_w = 242$  kN ustalono zgodnie z wytycznymi pracy [8].

Opierając się na zdefiniowanych parametrach łożyska i posiadanej dokumentacji koparki, zbudowano dwa modele oznaczone jako model nr 1 i model nr 2. Model pierwszy reprezentuje klasyczny układ służący do wyznaczania katalogowej nośności statycznej łożyska – łożysko wieńcowe osadzone w zabudowie pierścieniowej o odpowiednich proporcjach wymiarowych, parametrycznie związanych z geometrią przekroju poprzecznego pierścienia łożyska [6]. W drugim modelu zabudowę łożyska stanowi pełnowymiarowa struktura nośna maszyny. Siatkę MES modelu nr 1 przedstawiono na rysunku 2.



Rys. 2. Siatka MES modelu nr 1 łożyska wieńcowego jednorzędowego Fig. 2. The FE mesh of model no. 1 of single-row ball slewing bearing rings

wieńcowe W rozpatrywanej koparce łożysko jest bezpośrednio osadzone w pierścieniowej zabudowie. Zabudowa dolna łożyska, na której opiera się pierścień zewnętrzny łożyska, jest powiązana za pośrednictwem spoin z podwoziem koparki, stanowiącym układ połączonych ze sobą blach i kształtowników. Podobnie wykonane jest połączenie pierścienia wewnętrznego z zabudową górną i nadwoziem maszyny. Pierścienie łożyskowe są przytwierdzone do zabudowy za pomocą śrub. Ponieważ parametry geometryczne zabudowy górnej i dolnej łożyska wieńcowego w analizowanej koparce zawierają się w zakresach parametrów, jakie przyjmuje się przy wyznaczaniu nośności katalogowej, w zbudowanym modelu zachowano je niezmienione. W prezentowanym na rysunku 2 układzie: pierścień wewnętrzny łożyska 1, pierścień zewnętrzny 3, zabudowa górna 2, zabudowa dolna 4, łby śrub mocujących 5 i płyta 6 były dyskretyzowane ośmiowęzłowymi elementami skończonymi typu 3D-Solid [1]. Podziałka kątowa rozmieszczenia wezłów odpowiadała podziałce katowej rozmieszczenia kulek w łożysku. Pomiędzy zabudową górną i pierścieniem wewnętrznym oraz zabudową dolną i pierścieniem zewnętrznym zdefiniowano odpowiednie warunki kontaktu K. Węzłom zawierającym się w płaskiej powierzchni dolnej zabudowy odebrano wszystkie stopnie swobody ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z = 0$ ). Obciążenie zewnętrzne definiowano przez współrzędnie wektorów  $F_M$ , Q i H, odpowiadajace momentowi wywrotnemu, sile osiowej i sile promieniowej. Punkty zaczepienia zdefiniowanych wektorów obciażenia znajdowały sie W wezłach jednoelementowej grupy elementów skończonych, nazwanych idealnie sztywną płytą 6, którą wprowadzono do modelu jako element pośredniczący w obciążaniu łożyska. Wezłom grupy 2 zawierajacym się w płaszczyźnie płyty 6 nadano warunki przemieszczeń typu glue [1]. Tego typu warunki brzegowe zdefiniowano dla elementów grupy 5, odwzorowującej łby śrub mocujących.

Warunki brzegowe typu *glue* podczas symulacji obciążenia poprawnie pozycjonują położenie wybranych elementów względem pierścieni łożyska i jego zabudowy. Śruby odwzorowano dwuwęzłowymi elementami belkowymi typu *bolt* [1]. Węzły belek połączono z centralnymi węzłami elementów grupy 5. Przyjmując tego typu uproszczenie bazowano na wynikach przedstawionych w pracy [7]. Umożliwiło to wyznaczenie wartości naprężeń zredukowanych, które w wystarczającym stopniu przybliżają wyniki do tych, jakie można uzyskać, stosując rozbudowany model. Uniknięto bowiem konieczności dyskretyzowania brył śrub elementami typu *3D-Solid* [1] oraz wydzielania wolnej przestrzeni międzywęzłowej w grupach elementów skończonych *1*, *2*, *3*, *4*, traktowanej geometrycznie jako otwory do umiejscowienia śrub. W konsekwencji skrócono czas obliczeń.



- Rys. 3. Schematyczna pozycja pierścieni łożyska i elementów zastępczych w stanie przed obciążeniem (a) i po obciążeniu modelu (b) z odwzorowaniem zmian kąta działania strefy styku (c)
- Fig. 3. Position of the unloaded (a) and loaded (b) bearing rings mapping changes in the contact angle of the contact zone (c)

Dla elementów typu *bolt* definiowano kształt i pole przekroju poprzecznego, model materiałowy oraz siły napięcia wstępnego  $S_w = 242$  kN (wg wytycznych pracy [8]). Takie postępowanie znajduje uzasadnienie, gdyż system ADINA w początkowych iteracjach poszukuje przemieszczeń węzłów modelu wywołanych siłami przyłożonymi do elementów typu *bolt* [1]. W celu uniknięcia rozwiązania wielokrotnego zadania kontaktowego

formułowanego przez lokalne strefy styku, pomiędzy kulkami a bieżniami łożyska, kulki zastąpiono układem elementów zastępczych nazywanych superelementami [9, 10].

W zbudowanym modelu wykorzystano konfigurację elementów zastępczych opracowaną w publikacji [3]. Jak pokazano na rysunku 3, superelementy składały się z układu belek 2 o dużej sztywności połączonych z elementami prętowymi 1, których końcowe węzły zlokalizowano w środkach krzywizn bieżni łożyska 3 (punkty: A, B, C, D) i węzłach elementów skończonych siatek pierścienia wewnętrznego i zewnętrznego. Elementy prętowe 1 miały zdefiniowaną wieloliniową charakterystykę materiałową, której sposób wyznaczania na potrzeby prezentowanego modelu szczegółowo opisano w pracy [11]. Taki układ elementów reprezentował lokalne deformacje zachodzące w strefie styku kulka-bieżnia oraz zmianę kąta działania kulek i w konsekwencji pozwalał na wyznaczenie rozkładów reakcji działających na wszystkie kulki w rzędach łożyska. Składowe obciążenia zewnętrznego, dla których obliczona wartość reakcji co najmniej jednej kulki jest równa wartości  $F_{dop}$ , stały się punktami charakterystyki nośności statycznej analizowanego łożyska (rys. 4).



Rys. 4. Katalogowa charakterystyka nośności statycznej łożyska wieńcowego jednorzędowego Fig. 4. Catalogue characteristics of carrying capacity of single-row ball slewing bearing rings

Model nr 2, którego siatkę elementów skończonych przedstawiono na rysunku 5, zbudowano na podstawie modelu nr 1. W modelu nr 2 (rys. 5) do zabudowy dolnej łożyska dołączono grupę elementów skończonych, którymi dyskretyzowano geometrię struktury nośnej podwozia koparki 2. Sztywną płytę stosowaną w modelu nr 1 zastąpiono w modelu nr 2 siatką elementów skończonych definiującą pełnowymiarową strukturę geometryczną nadwozia koparki 3. Grupy elementów modelujących łożysko wieńcowe 1 wraz z grupami kontaktowymi [1] K pozostały niezmienione. Pomiędzy węzłami zawierającymi się we wspólnych płaszczyznach zabudowy górnej łożyska i nadwozia oraz zabudowy dolnej łożyska i podwozia zdefiniowano warunki brzegowe przemieszczeń typu glue [1]. Warunki brzegowe przemieszczeń  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  (rys. 5) zdefiniowano dla węzłów zawierających się w płaszczyznach, w których spajane są ramy gąsienic z podwoziem. Z uwagi na zakres prowadzonej analizy w modelu pominięto wpływ geometrii ramy gąsienic wraz z gąsienicami na rozkład reakcji kulek w łożysku.

Opracowany model spełniał następujące wymagania: podatność struktur osadczych łożyska i pozostałych elementów nośnych maszyny, możliwość uwzględnienia podatności podparcia (charakterystyka podatności gruntu), możliwość względnego pozycjonowania

(katowego) nadwozia i podwozia koparki, rozmieszczenie masowych środków ciężkości elementów składowych maszyny. Z uwagi na złożoność kształtów i sposób wykonania połaczeń zespoły nadwozia i podwozia koparki dyskretyzowano dwunastowezłowymi elementami skończonymi typu 3D-Solid [1]. Obciążenie zewnętrzne modelu nr 2 pogrupowano na składowe stanowiące siły ciężkości: nadwozia i podwozia, wysięgnika, ramienia, łyżki, przeciwwagi, urobku oraz siłę skrawającą. Siły ciężkości nadwozia i podwozia definiowano w modelu przez rozdzielenie poszczególnych mas tych struktur po objętości wszystkich elementów skończonych, którymi modelowano poszczególne części składowe koparki. Pozostałe składowe obciażenia zewnętrznego reprezentującego warunki pracy maszyny definiowano w programie jako składowe wektora  $F_M$  działającego na ramieniu R (rys. 5). Wartość siły  $F_M$  obliczano, wykorzystując znane ze statyki równanie środka sił równoległych, określając skutek działania wypadkowej sił na ramieniu R. Tak wyznaczone składowe sił, jak pokazano na rysunku 5, zadawano przez zdefiniowany w programie układ idealnie sztywnych linek 5, połączonych z węzłami sworzni 4, usytuowanych przegubowo w strukturze nadwozia koparki 3. Pomiędzy elementami skończonymi grup 3 i 4 zadano warunki kontaktu [1].



- Rys. 5. Siatka MES modelu nr 2 łożyska wieńcowego jednorzędowego osadzonego w strukturach podparcia koparki
- Fig. 5. The FE mesh of model no. 2 for single-row ball slewing bearing rings mounted in support structures of excavator

Opierając się na danych katalogowych maszyny pracującej w układzie przedsiębiernym łyżki, przy założeniu maksymalnego wysięgu wysięgnika i ramienia oraz maksymalnej dopuszczalnej wartości siły skrawającej w pozycji nadwozia względem podwozia przedstawionej na rysunku 5, wykonano przykładowe obliczenia sił działających na poszczególne kulki łożyska wieńcowego. Na podstawie przyjętych składowych sił zewnętrznych wyznaczono położenie punktu pracy łożyska koparki na tle katalogowej charakterystyki nośności statycznej (rys. 4). Dla obliczonej ze wzoru (1) wartości współczynnika obciążenia k (określającego punkt pracy koparki) przy wykorzystaniu modelu nr 1 wyznaczono dystrybucję reakcji kulek.

$$k = \frac{M}{0.5d_t Q} \tag{1}$$

gdzie:

k – współczynnik obciążenia zewnętrznego łożyska [-],

M - moment wywrotny obciążający łożysko [Nm],

 $d_t$  – średnica toczna łożyska [m],

Q – siła osiowa obciążająca łożysko [N].

Wyniki obliczonych sił działających na poszczególne kulki łożyska wieńcowego, otrzymane przy tej samej wartości współczynnika obciążenia *k* odpowiednio dla modelu nr 1 i modelu nr 2, zaprezentowano na rysunku 6. Opisane w legendzie rysunku 6 kierunki działania reakcji kulek oznaczono na rysunku 3.



Rys. 6. Porównanie dystrybucji sił obciążających kulki łożyska wieńcowego jednorzędowego obliczonych na podstawie modeli nr 1 i nr 2

Fig. 6. Comparison of distributions forces loading of balls in single-row slewing bearing rings calculated by using models: no. 1 and no. 2

#### 3. PODSUMOWANIE

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, że pełne geometryczne odwzorowanie rozbudowanych struktur nośnych nadwozia i podwozia analizowanej koparki na podstawie modelu nr 2 pozwala na uzyskanie dokładniejszego obrazu obciążenia kulek i bieżni łożyska niż wynikałoby to z modelu nr 1. W związku z tym obraz charakterystyki nośności statycznej łożyska wieńcowego jako elementu obciążanego przez podatne nadwozie i podwozie będzie inny niż w przypadku obciążenia przekazywanego jedynie przez zabudowę pierścieniową.

Rozpatrując wartości reakcji działających na poszczególne kulki łożyska jednorzędowego przy analizowanym normatywnym obciążeniu zewnętrznym, można stwierdzić, że łożysko to jest w stanie przenieść znacznie większe wartości obciążeń. Aby mieć pewność co do tego, należałoby wykonać obliczenia z wykorzystaniem modelu nr 2 przy różnym względnym położeniu kątowym nadwozia względem podwozia. Prezentowana dystrybucja reakcji kulek w układzie koparki wynika w głównej mierze ze sposobu rozmieszczenia elementów składowych struktur nośnych nadwozia i podwozia. Skrajne wartości sił uzyskane z obliczeń modelu nr 2 są mniejsze o około 50% w odniesieniu do modelu nr 1. W związku z tym przy kompleksowym modelowaniu łożysk wieńcowych pracujących w maszynach roboczych o rozbudowanej geometrii nadwozi i podwozi należy szczególnie uwzględnić rozkład mas po całym układzie. Taka wytyczna będzie miała tym większe znaczenie, im większy będzie iloraz masy nadwozia do masy samego łożyska.

## Bibliografia

- 1. ADINA: Theory and Modeling Guide. Volume 1. ADINA R&D, Inc., Watertown 2007.
- 2. Brändlein J., Eschmann P., Hasbargen L., Weigand K.: Die Wälzlagerpraxis. Vereinigte Fachverlag GmbH, Mainz 1998 (3 wydanie poprawione).
- 3. Daidie A., Chaib Z., Ghosn A.: 3D simplified finite elements analysis of load and contact angle in a slewing ball bearing. Journal of Mechanical Design, vol. 130 (8), 2008.
- 4. DIN / ISO 898.
- 5. Kania L. : Analiza obciążenia wewnętrznego łożysk tocznych wieńcowych w aspekcie ich nośności statycznej. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2005.
- 6. Kaydon Corporation. Slewing Ring Turntable Bearings. Catalog 390. Muskegon 2008.
- 7. Mazanek E., Krynke M.: Możliwości modelowania śrub mocujących łożysko wieńcowe. Transport przemysłowy i maszyny robocze, nr 2(8), 2010, s. 53-57.
- 8. Nabiałek J., Kania L., Kowalczyk B.: Łożyska toczne wielkogabarytowe. Katalog Informator, Zakłady Mechaniczne "Bumar-Łabędy" S.A., Zawiercie 2012.
- 9. Smolnicki T.: Fizykalne aspekty koherencji wielkogabarytowych łożysk tocznych i odkształcalnych konstrukcji wsporczych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2002.
- 10. Smolnicki T., Rusiński E.: Superelement-based modeling of load distribution in large-size slewing bearings. Journal of Mechanical Design, vol. 129, issue 459-463, APR 2007.
- 11. Śpiewak S.: Analiza i dobór parametrów konstrukcyjnych łożysk wieńcowych podwójnych. Praca doktorska, Politechnika Częstochowska, Częstochowa 2012.