

Józef DREWNIAK¹, Stanisław ZAWIŚLAK², Andrzej WIECZOREK³

METODA ANALIZY KINEMATYKI PLANETARNEJ AUTOMATYCZNEJ SKRZYNI BIEGÓW

Streszczenie. W prezentowanej pracy przedstawia się model planetarnej automatycznej skrzyni biegów z wykorzystaniem grafów konturowych. Cel modelowania może być wszechstronny, a mianowicie: wyznaczenie przełożenia poszczególnych biegów na podstawie wygenerowanego układu równań oraz analiza prędkości i przyspieszeń poszczególnych elementów obrotowych. Analizowane są schematy funkcjonalne wybranych biegów przekładni, czyli wyznaczane ich modele grafowe i generowane układy równań wraz z ich rozwiązaniami. Zaletami tej metody są: podejście algorytmiczne oraz uogólnienie podejścia, gdyż poszczególne biegi są przypadkami ogólnego modelu grafowego. Ponadto metoda ta pozwala na dalsze analizy i syntezy, jak np. sprawdzanie izomorfizmu projektowanych rozwiązań.

Słowa kluczowe: graf konturowy, automatyczna planetarna skrzynka biegów, prędkość i przyspieszenie kół zębatych

ANALYSIS METHOD OF AUTOMATIC PLANETARY TRANSMISSION KINEMATICS

Summary. In the present paper, planetary automatic transmission is modeled by means of contour graphs. The goals of modeling could be versatile: ratio calculating via algorithmic equation generation, analysis of velocity and accelerations. The exemplary gears running are analyzed, several drives/gears are consecutively taken into account discussing functional schemes, assigned contour graphs and generated system of equations and their solutions. The advantages of the method are: algorithmic approach, general approach where particular drives are cases of the generally created model. Moreover, the method allows for further analyzes and synthesis tasks e.g. checking isomorphism of design solutions.

Keywords: contour graph, planetary automatic transmission, velocity, accelerations of gears. Analysis method

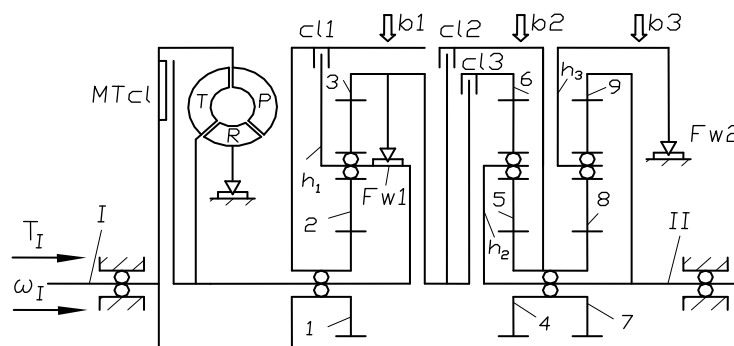
¹ Faculty of Mechanical Engineering and Computer Science, The University of Bielsko-Biała, Poland, e-mail: jdrewniak@ath.bielsko.pl

² Faculty of Mechanical Engineering and Computer Science, The University of Bielsko-Biała, Poland, e-mail: szawislak@ath.bielsko.pl

³ PATENTUS, Pszczyna, Poland, e-mail: a.wieczorek@patentus.pl

1. WPROWADZENIE

Głównym celem analizy kinematycznej planetarnej przekładni zębatej jest wyznaczenie przełożenia kinematycznego oraz ewentualnie wykrycie nadwymiarowych kół zębatych. Jedną z metod analizy, opartą na wykorzystaniu wzoru Willisa dla dowolnie złożonych przekładni obiegowych, została dokładnie opisana w podręczniku [5]. W niniejszym artykule do analizy kinematycznej wykorzystano teorię grafów konturowych [3, 1, 2]. Metoda ta pozwoliła nie tylko na wyznaczenie przełożenia kinematycznego, czyli prędkości kątowych wszystkich kół i jarzm przekładni, lecz także na wyznaczenie przyspieszeń kątowych wirujących elementów przekładni. Dodatkowo przy wykreślaniu grafów konturowych można było wykryć redundantne (nadwymiarowe) koła. Obiektem analizy jest złożona czterobiegowa automatyczna skrzynia biegów z nadbiegiem typu A4LD [4] (rys. 1). Realizacja poszczególnych biegów przekładni odbywa się za pomocą hamulców, sprzęgieł i sprzęgieł jednokierunkowych (wolnych kół), tak jak przedstawiono w tabelicy 1.



Rys. 1. Ogólny schemat skrzyni biegów
Fig. 1. General scheme of planetary transmission

Tabela 1

Macierz funkcyjna skrzyni biegów A4LD (bez biegów 1, 2 i 3 dla jazdy zwykłej)

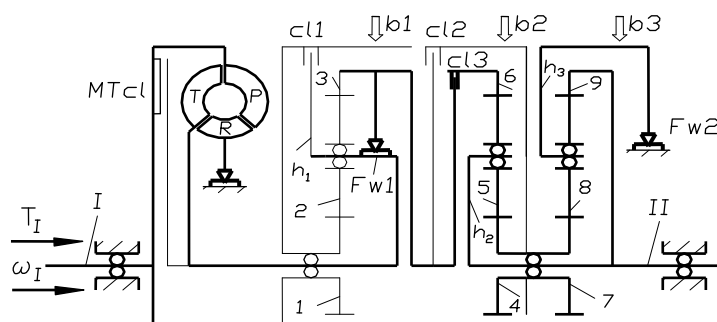
Pozycja	Działający element								
	MTcl	cl1	b1	Fw1	cl2	cl3	b2	b3	Fw2
P, N									
DE 1				X		X			X
2				X		X	X		
3	X			X	X	X			
4	X		X		X	X			
2. Bieg		X		X		X	X		
1. Bieg		X		X		X		X	
Wsteczny		X		X	X			X	

P, N – parkowanie, neutralny, DE – jazda ekonomiczna

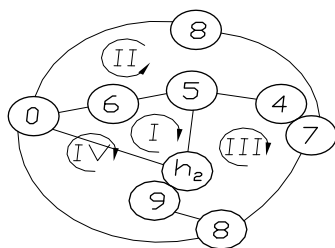
2. ANALIZA KINEMATYCZNA WYBRANYCH BIEGÓW

2.1. Bieg DE1 (napęd ekonomiczny 1)

Moc jest przekazywana poprzez przekładnię hydrokinetyczną, jarzmo h_1 , wolne koło F_{w1} , sprzęgła cl_3 i cl_2 , koła zębate 6, 5, 4 i jarzmo h_2 oraz równolegle poprzez koła 7, 8, 9 na wał wyjściowy II (dzięki włączonemu sprzęgłu jednokierunkowemu F_{w2}) – rys. 2. Model grafowy przekładni przedstawiono na rys. 3.



Rys. 2. Schemat przepływu mocy dla biegu DE1
Fig. 2. Scheme of power flow for DE1 gear running



Rys. 3. Konturowy model grafowy dla biegu DE1
Fig. 3. Contour graph model for DE1 gear running

Dla powyższego modelu grafowego wygenerowano układ równań konturowych prędkości kątowych $\omega_{i,i-1}$ (1), prędkości obwodowych $\omega_{i,i-1} \times r_{Ai}$ (2), przyspieszeń kątowych $\epsilon_{i,i-1}$ (3) oraz przyspieszeń stycznych $\epsilon_{i,i-1} \times r_{Ai}$ i dośrodkowych $-\omega_1^2 \cdot r_{A_i, A_{i+1}}$ (4):

$$\sum_{(i)} \omega_{i,i-1} = 0 \quad (1)$$

$$\omega_{6,0} + \omega_{5,6} + \omega_{h_2,5} + \omega_{0,h_2} = 0$$

$$\omega_{6,0} + \omega_{5,6} + \omega_{4,5} + \omega_{8,7} + \omega_{0,8} = 0$$

$$\omega_{4,5} + \omega_{8,7} + \omega_{9,8} + \omega_{5,h_2} = 0$$

$$\omega_{6,0} + \omega_{5,6} + \omega_{h_2,5} + \omega_{8,9} + \omega_{0,8} = 0$$

$$\sum_{(i)} r_{Ai} \times \omega_{i,i-1} = 0 \quad (2)$$

$$r_6 \times \omega_{5,6} + (r_4 + r_5) \times \omega_{h_2,5} = 0$$

$$r_6 \times \omega_{5,6} + r_4 \times \omega_{4,5} + r_7 \times \omega_{8,7} + r_9 \times \omega_{9,8} = 0$$

$$r_4 \times \omega_{4,5} + r_7 \times \omega_{8,7} + r_9 \times \omega_{9,8} + (r_4 + r_5) \times \omega_{5,h_2} = 0$$

$$r_6 \times \omega_{5,6} + (r_4 + r_5) \times \omega_{h_2,5} + r_9 \times \omega_{8,9} = 0$$

$$\sum_{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_{i,i-1} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{6,0} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0,h2} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{6,0} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \boldsymbol{\varepsilon}_{4,5} + \boldsymbol{\varepsilon}_{8,7} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0,8} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{4,5} + \boldsymbol{\varepsilon}_{8,7} + \boldsymbol{\varepsilon}_{9,8} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,h2} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{6,0} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} + \boldsymbol{\varepsilon}_{8,9} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0,8} = \mathbf{0}$$

$$\sum_{(i)} \mathbf{r}_{Ai} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{i,i-1} - \omega_1^2 \cdot \mathbf{r}_{A_i, A_{i+1}} = \mathbf{0} \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + (\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) \times \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \mathbf{r}_4 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{4,5} + \mathbf{r}_7 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{8,7} + \mathbf{r}_9 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{9,8} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{r}_4 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{4,5} + \mathbf{r}_7 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{8,7} + \mathbf{r}_9 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{9,8} + (\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,h2} = \mathbf{0}$$

$$i_{6,9} = \omega_{6,0} / \omega_{9,0} =$$

$$\mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + (\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) \times \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} + \mathbf{r}_9 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{8,9} = \mathbf{0}.$$

Oznaczenia:

$\boldsymbol{\omega}_{i,i-1}$ - wektor względnej prędkości kątowej elementu i względem elementu poprzedniego $i-1$, $\boldsymbol{\omega}_{i,0}$ - wektor bezwzględnej prędkości kątowej elementu i (względem podstawy nieruchomej 0), $\mathbf{r}_{Ai} = \mathbf{r}_{OA_i}$ - promień wektora punktu A_i (punktu A na elemencie i), $\mathbf{r}_{A_i, A_{i+1}} = \mathbf{r}_{A_{i+1}} - \mathbf{r}_{A_i}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{i,i-1}$ - wektor względnego przyspieszenia kątowego elementu i względem elementu poprzedniego $i-1$.

Dla danych liczb zębów $z_1 = z_4 = z_7 = 18$, $z_2 = z_5 = z_8 = 27$, $z_3 = z_6 = z_9 = 36$, modułu $m=2$ oraz wejściowej prędkości kątowej (po zakończeniu rozruchu) $\omega_{6,0} = 377 \text{ rad/s}$ i wejściowego przyspieszenia kątowego (w czasie 8 s rozruchu) $\varepsilon_{6,0} = 47,1 \text{ rad/s}^2$ z powyższych równań obliczono wyjściową prędkość kątową $\omega_{9,0} = 153,2 \text{ rad/s}$ oraz wyjściowe przyspieszenie kątowe $\varepsilon_{9,0} = 19,15 \text{ rad/s}$. Przełożenie kinematyczne tego biegu wynosi $i_{6,9} = \omega_{6,0} / \omega_{9,0} = 2,461$.

2.2. Bieg DE2 (napęd ekonomiczny 2)

Moc jest przekazywana poprzez przekładnię hydrokinetyczną, jarzmo $h1$, wolne koło $Fw1$, sprzęgło $cl3$, koła zębate 6, 5 i jarzmo $h2$ na wał wyjściowy II (dzięki włączonemu hamulcowi $b2$) – rys. 4. Model grafowy przekładni przedstawiono na rys. 5. Dla tego modelu wygenerowano następujące układy równań:

$$\sum_{(i)} \boldsymbol{\omega}_{i,i-1} = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{6,0} + \boldsymbol{\omega}_{5,6} + \boldsymbol{\omega}_{0,5} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{6,0} + \boldsymbol{\omega}_{5,6} + \boldsymbol{\omega}_{h2,5} + \boldsymbol{\omega}_{0,h2} = \mathbf{0}$$

$$\sum_{(i)} \mathbf{r}_{Ai} \times \boldsymbol{\omega}_{i,i-1} = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\omega}_{5,6} + \mathbf{r}_4 \times \boldsymbol{\omega}_{0,5} = \mathbf{0}$$

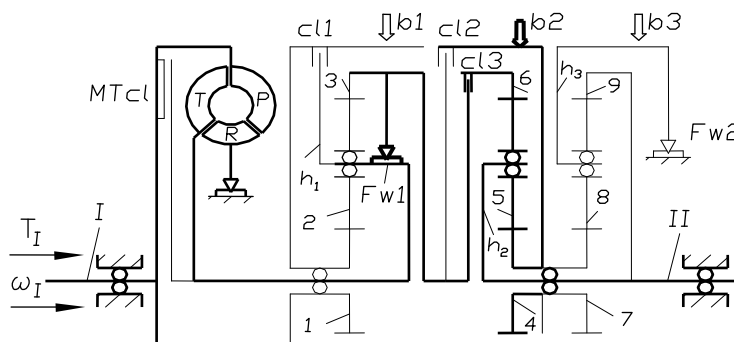
$$\mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\omega}_{5,6} + (\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) \times \boldsymbol{\omega}_{h2,5} = \mathbf{0}$$

$$\sum_{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_{i,i-1} = \mathbf{0} \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\varepsilon}_{6,0} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0,5} &= \mathbf{0} \\
 \boldsymbol{\varepsilon}_{6,0} + \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} + \boldsymbol{\varepsilon}_{0,h2} &= \mathbf{0} \\
 \sum_{(i)} \mathbf{r}_{Ai} \times \boldsymbol{\varepsilon}_{i,i-1} - \omega_1^2 \cdot \mathbf{r}_{A_i, A_{i+1}} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + \mathbf{r}_4 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{0,5} &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{r}_6 \times \boldsymbol{\varepsilon}_{5,6} + (\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) \times \boldsymbol{\varepsilon}_{h2,5} &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{8}$$

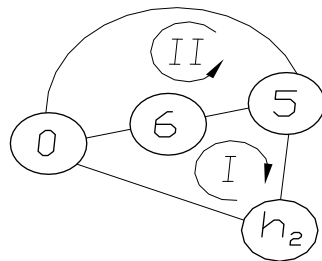
Rozwiązaniami powyższego układu równań są:

$$\omega_{h2,0} = 251,33 \text{ rad/s}, \quad \varepsilon_{h2,0} = 31,40 \text{ rad/s}^2, \quad \text{skąd } i_{6,9} = \omega_{6,0} / \omega_{h2,0} = 1,5.$$



Rys. 4. Schemat przepływu mocy dla biegu DE2

Fig. 4. Scheme of power flow for DE1 gear running

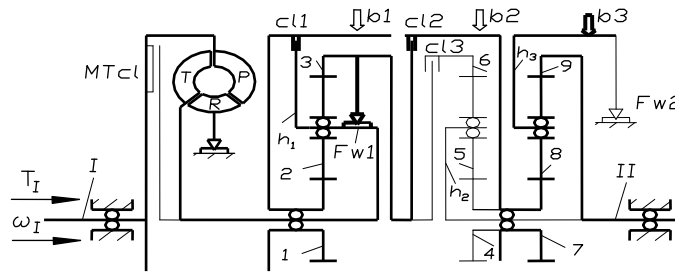


Rys. 5. Grafowy model konturowy dla biegu DE2

Fig. 5. Contour graph model for DE2 gear running

2.3. Bieg wsteczny

Moc jest przekazywana poprzez przekładnię hydrokinetyczną, jarzmo h_1 , sprzęgło c_{11} , koła zębate 1, 2 ponownie do jarzma h_1 , wolne koło Fw_1 , sprzęgło c_{12} i koła zębate 7, 8, 9 na wał wyjściowy II (dzięki włączonemu hamulcowi b_3) – rys. 6. Model grafowy przekładni przedstawiono na rys. 7.



Rys. 6. Schemat przepływu mocy dla biegu wstecznego
Fig. 6. Scheme of power flow for reversed gear running

Dla tego modelu wygenerowano następujące układy równań:

$$\sum_{(i)} \omega_{i,i-1} = 0 \quad (9)$$

$$\omega_{7,0} + \omega_{8,7} + \omega_{9,8} + \omega_{0,9} = 0$$

$$\omega_{7,0} + \omega_{8,7} + \omega_{0,8} = 0$$

$$\sum_{(i)} r_{Ai} \times \omega_{i,i-1} = 0 \quad (10)$$

$$r_7 \times \omega_{8,7} + (r_7 + 2r_8) \times \omega_{9,8} = 0$$

$$r_7 \times \omega_{8,7} + (r_7 + r_8) \times \omega_{0,8} = 0$$

$$\sum_{(i)} \varepsilon_{i,i-1} = 0 \quad (11)$$

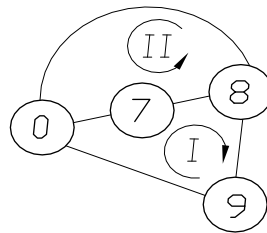
$$\varepsilon_{7,0} + \varepsilon_{8,7} + \varepsilon_{9,8} + \varepsilon_{0,9} = 0$$

$$\varepsilon_{7,0} + \varepsilon_{8,7} + \varepsilon_{0,8} = 0$$

$$\sum_{(i)} r_{Ai} \times \varepsilon_{i,i-1} - \omega_i^2 \cdot r_{A_i, A_{i+1}} = 0 \quad (12)$$

$$r_7 \times \varepsilon_{8,7} + (r_7 + 2r_8) \times \varepsilon_{9,8} = 0$$

$$r_7 \times \varepsilon_{8,7} + (r_7 + r_8) \times \varepsilon_{0,8} = 0$$



Rys. 7. Grafowy model konturowy dla biegu DE2
Fig. 7. Contour graph model for reversed gear running

3. PODSUMOWANIE

W pracy wykorzystano grafy konturowe do modelowania automatycznej planetarnej skrzynki biegów. Na przykładzie wybranych biegów przedstawiono zasady modelowania oraz sposób generowania równań kinematyki. Z równań tych można było wyznaczyć prędkości i przyspieszenia kątowe dowolnych elementów obrotowych oraz przełożenia kinematyczne poszczególnych biegów. Prezentowana metoda może być wykorzystana w projektowaniu złożonych przekładni planetarnych.

Bibliografia

1. Drewniak J., Zawiślak S.: Linear-graph and contour-graph-based models of planetary gears. *J. of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 2 (2012), pp. 243-248.
2. Drewniak J., Zawiślak S.: Graph-based models of compound planetary gear boxes. *Solid State Phenomena*, Vol. 199 (2013), pp. 143-148.
3. Looman J.: *Zahnradgetriebe*, Springer-Verlag, Berlin 1988.
4. Marghitu D.B.: *Kinematic Chains and Machine Parts Design*. Academic Press, London 2005.
5. Muller L., Wilk A.: *Zębate przekładnie obiegowe*. WN PWN, Warszawa 1996.