

Jadwiga PISULA<sup>1</sup>, Mieczysław PŁOCICA<sup>2</sup>

## WPŁYW BŁĘDÓW MONTAŻU PRZEKŁADNI STOŻKOWEJ NA JAKOŚĆ ZAZĘBIENIA

**Streszczenie.** W artykule opisano wpływ błędów montażu członów przekładni stożkowej na wynikowy ślad współpracy, który jest podstawowym parametrem jakości zazębienia zarówno podczas projektowania, jak i kontroli przekładni. Analiza współpracy dotyczy pary stożkowej 17x43 i została przeprowadzona na modelu wirtualnym opracowanym w ramach autorskiego systemu wspomagania projektowania konstrukcji i technologii przekładni stożkowych. Wnioski opracowane na jej podstawie pozwalają świadomie korygować wzajemne ustawienie pary stożkowej w korpusie, na podstawie obserwacji śladu współpracy.

**Słowa kluczowe:** przekładnie stożkowe, montaż przekładni zębatych, jakość przekładni zębatych, obróbka kół zębatych

## INFLUENCE OF ASSEMBLY ERRORS OF BEVEL GEAR PAIR ON THE MESH QUALITY

**Summary.** The paper describes the influence of bevel gears assembly errors on the resulting contact pattern, which is an essential parameter for the mesh, both in the design and control of the transmission. Analysis of mesh was applied for 17x43 constructional bevel gear pair. This was performed on a virtual model, developed in the proprietary system of computer-aided design technology of bevel gears. Applications, developed on its basis, allow consciously correct the settings of bevel pairs by contact pattern observing.

**Keywords:** bevel gears, assembly of gear, quality of gear, gear cutting

### 1. WPROWADZENIE

Podstawowym i najważniejszym wskaźnikiem jakości przekładni, na jakim skupiana jest uwaga w cyklu projektowania nowej pary stożkowej, jest ślad współpracy zazębienia przekładni konstrukcyjnej. Ocena jakości zazębienia opiera się na analizie śladu współpracy bez obciążenia (TCA) i pod obciążeniem (LTCA). W drugim z wymienionych przypadków jednym z istotnych parametrów staje się także sztywność zębów kół [1, 2]. Przebieg ścieżki styku oraz pole sumarycznego śladu współpracy określają zdolność przekładni do przenoszenia obciążeń oraz wrażliwość na błędy montażowe [4, 6, 8, 9].

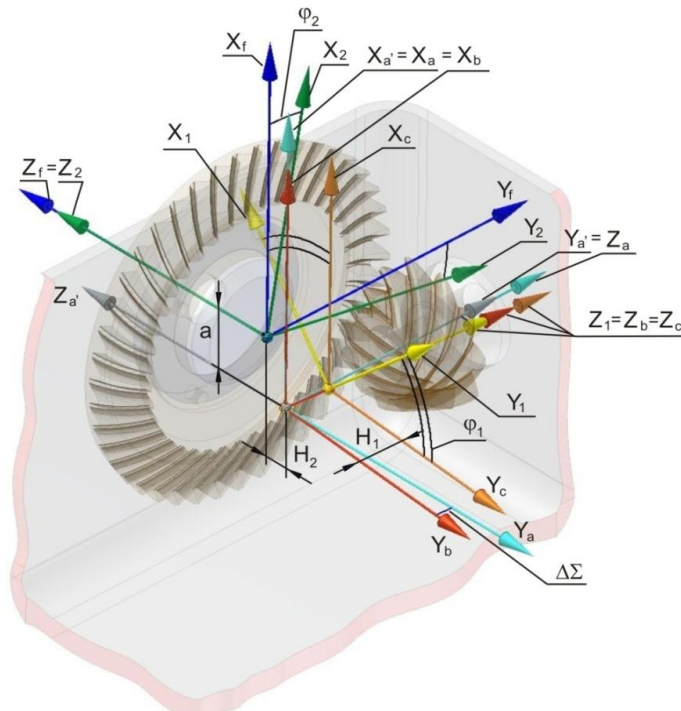
<sup>1</sup> Department of Machine Design, Rzeszow University of Technology, Poland, e-mail: jpisula@prz.edu.pl.

<sup>2</sup> Department of Machine Design, Rzeszow University of Technology, Poland, e-mail: mplocica@prz.edu.pl.

Klasyczna metodyka zakłada nacięcie próbnej pary stożkowej i sprawdzenie współpracy koła oraz zębniaka na maszynie kontrolnej. Po ocenie śladu przylegania wprowadza się korekty do technologii zębniaka, aby uzyskać pożądaną postać śladu oraz właściwy przebieg ścieżki styku [6, 7, 8]. Osiągnięcie odpowiedniego obszaru przylegania zębów jest warunkowane zachowaniem osiowych wymiarów montażowych koła i zębniaka, tolerowanych najczęściej w H7 do H9. Wrażliwość na błędy montażowe przekładni można zredukować, wprowadzając przy obróbce zębniaka odpowiednie wartości współczynników beczkowatości wzdłużnej i poprzecznej oraz modyfikując pozostałe parametry na podstawie analizy współpracy na wirtualnym modelu przekładni.

## 2. GEOMETRIA MODELU PRZEKŁADNI KONSTRUKCYJNEJ

Model przekładni konstrukcyjnej do analiz współpracy zazębienia został utworzony z wykorzystaniem rachunku wektorowego i rachunku macierzowego. Taki aparat matematyczny pozwala na uporządkowany i uogólniony zapis opisywanych elementów geometrycznych oraz pokazuje w przejrzysty sposób występujące między nimi relacje [3]. Geometrię przekładni określa zespół ortogonalnych, prawoskrętnych układów współrzędnych. Ustawienia układów w przekładni teoretycznej (bezodchyłkowej) są uzupełnione o dalsze układy, wprowadzające założone zmiany we wzajemnym położeniu zębniaka i koła (rys. 1). Pozwalają one na ocenę wpływu błędów montażu na wskaźniki jakościowe pracy przekładni. Nieruchomy układ współrzędnych  $S_f$  związany jest z korpusem przekładni w taki sposób, aby jego początek pokrywał się z wierzchołkiem stożka podziałowego koła, a oś  $Z_f$  leżała na osi koła i była skierowana do środka koła. Układy  $S_1$  oraz  $S_2$  związane są odpowiednio z zębniakiem i kołem, natomiast pozostałe układy określają położenie współpracujących kół względem siebie.



Rys. 1. Konfiguracja układów współrzędnych modelujących stożkową przekładnię konstrukcyjną [5]  
 Fig. 1. Configuration of coordinate systems modeling the constructional bevel gear pair [5]

W modelu uwzględniono następujące wzajemne zmiany położenia członów przekładni:

- przesunięcie osiowe zębniaka,
- przesunięcie hipoidalne zębniaka,
- przesunięcie osiowe koła,
- zmiana kąta skrzyżowania osi.

W tab. 1 i 2 zestawiono geometrię analizowanej przekładni oraz dane dotyczące narzędzia i ustawień nacinania koła oraz zębniaka. Dane ustawcze koła są tzw. ustawieniami bazowymi, uzyskanymi na podstawie kart obliczeń technologicznych [10]. Dane zębniaka uzyskano przez korektę jego obliczonych parametrów technologicznych dla uzyskania pożądanego śladu współpracy w idealnie wykonanej i zmontowanej przekładni (rys. 2).

Tabela 1

Dane geometryczne przekładni 17/43

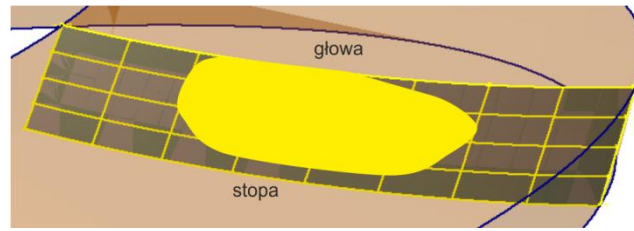
$z_1$	Liczba zębów zębniaka	17
$z_2$	Liczba zębów koła	43
$L_{zz}$	Kierunek pochylenia linii zęba zębniaka	prawy
$\beta$	Kąt pochylenia linii zęba	35,0000 [dms]
$\Sigma$	Kąt skrzyżowania osi	90,0000[dms]
$\alpha$	Średni kąt zarysu noży głowicy	20,0000[dms]
$b$	Szerokość wieńca zębatego	29,5 [mm]
$R$	Tworząca stożka podziałowego na środku wieńca	88,480 [mm]
$h_a$	Zewnętrzna wysokość głowy zęba	3,920 [mm]
$h_f$	Wewnętrzna wysokość głowy zęba	4,861 [mm]
-	Rodzaj zbieżności zęba	TRLM

Tabela 2

Parametry narzędzia oraz ustawienia obróbki zębniaka i koła

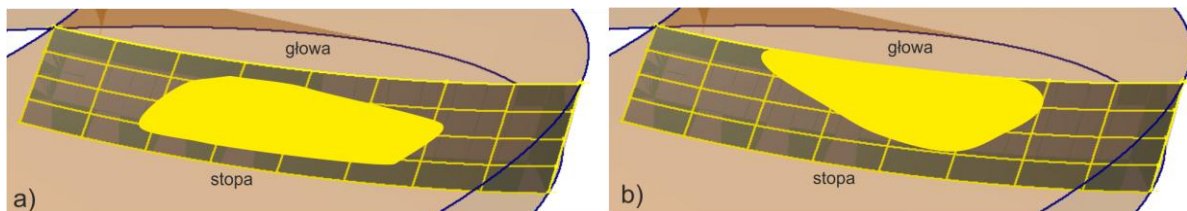
		Zębniak	Koło
$q$	ustawienie katowe głowicy [dms]	66,2611	66,3602
$U$	ustawienie promieniowe głowicy [mm]	80,784	84,976
$E$	przesunięcie hipoidalne [mm]	0	0
$\delta_m$	kąt skręcenia wrzeciona P.O. [dms]	19,5429	65,2243
$X_p$	ustawienie osiowe wrzeciona P.O. [mm]	-2,823	0
$X_b$	ustawienie stołu wrzeciona P.O. [mm]	0,753	-2,2697
$i$	kąt pochylenia wrzeciona narzędzia (tilt) [dms]	1,2312	1,4457
$j$	kąt skręcenia płaszczyzny tiltu (swivel) [dms]	156,2611	148,2357
$i_{odt}$	przełożenie odtaczania	0,379192	0,931279
$D_0$	średnica głowicy nożowej [mm]	192,265	190,500
$W_2$	szerokość wierzchołka noża [mm]	1,016	3,302
$R_{02}$	promień zaokrąglenia naroża [mm]	0,635	1,016
$\alpha_{wk}$	kąt zarysu noża (zewnętrznego) [dms]	18,0000	20,0000
$\alpha_{wp}$	kąt zarysu noża (wewnętrznego) [dms]	-	20,0000

Prawidłowy ślad współpracy bez obciążenia powinien obejmować obszar w środku szerokości wieńca zębatego. Pod obciążeniem ulegnie on powiększeniu w stronę małych i dużych modułów, przy czym jego położenie w środku wieńca, określone bez obciążenia, zapewnia, że pod obciążeniem nie dojdzie do współpracy krawędziowej. Na rys. 2-6 pokazano ślad współpracy obserwowany zgodnie z przyjętą praktyką na zębie koła [4, 6, 9, 10].



Rys. 2. Sumaryczny ślad współpracy dla przekładni 17/43 bez odchyłek montażowych  
Fig. 2. Contact pattern for perfect setting of 17/43 gear pair

Zmiana ustawienia osiowego zębniaka (jest to tolerowany wymiar montażowy) powoduje zróżnicowany efekt zależny od kierunku wprowadzonego przesunięcia (rys. 3). Dosunięcie zębniaka (tj. przesunięcie w kierunku wierzchołka jego stożka podziałowego) powoduje niekorzystną zmianę granic śladu współpracy, jednak nie wpływa na jego przesunięcie wzdłuż wieńca zębatego. Ujemnym zjawiskiem po wprowadzeniu takiej zmiany jest zmniejszenie luzu obwodowego w przekładni, co pogarsza przepływ oleju w przestrzeni międzyzębnej i powoduje powstanie niebezpieczeństwa zatarcia przekładni.



Rys. 3. Sumaryczny ślad współpracy po zmianie położenia zębniaka wzdłuż jego osi: a) dosunięcie (-0,1 mm), b) odsunięcie (+0,1 mm)

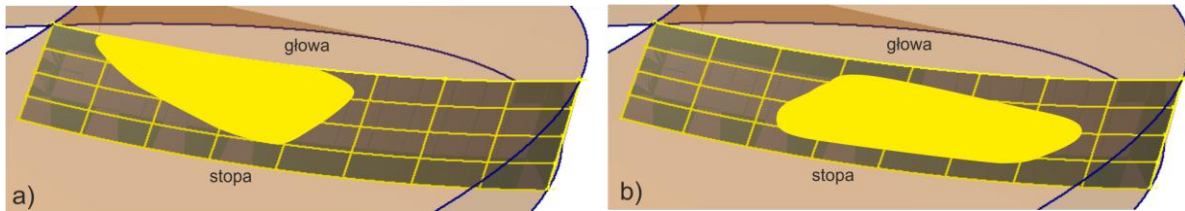
Fig. 3. Contact pattern after axial shift of pinion: a) pushing by -0,1 mm, b) offset by +0,1 mm

Odsunięcie osiowe zębniaka sprawia, że strefa kontaktu przesuwa się w stronę głowy zęba koła (rys. 3b). Powoduje to zmniejszenie wytrzymałości przekładni z uwagi na fakt, że naciski są przenoszone głównie przez głowę zęba koła, co grozi jego awaryjnym uszkodzeniem. Dodatkowo zwiększa się luz obwodowy, przez co następuje zmniejszenie wskaźnika przyporu.

Podobny efekt wywołuje wprowadzenie przesunięcia hipoidalnego zębniaka w parze konstrukcyjnej (rys. 4a). W sprawdzanej parze ślad współpracy przesunął się od stopy do głowy zęba koła i dodatkowo w stronę małych modułów wzdłuż wieńca zębatego. Należy zaznaczyć, że w tym przypadku efekt przesunięcia i zmiany obszaru przylegania może być różny w zależności od skojarzenia kierunków linii zęba zębniaka i koła oraz czynnej strony zęba zębniaka (wklęsła lub wypukła). Wprowadzenie ujemnego przesunięcia hipoidalnego (rys. 4b) w analizowanym przypadku nie pogorszyło znacznie warunków współpracy poza zmniejszeniem obszaru styku.

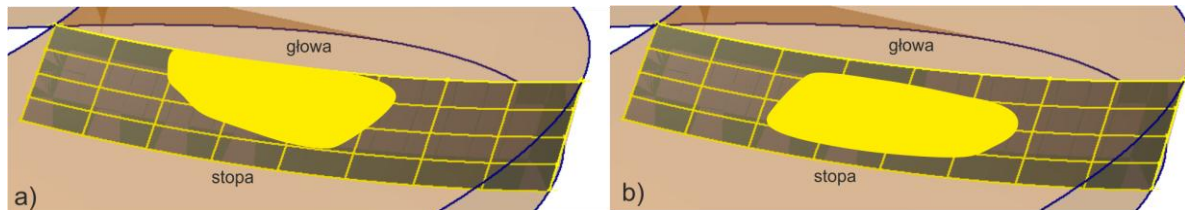
Przesunięcie zębniaka wzdłuż osi koła w kierunku podstawy stożka podziałowego koła (rys. 5a) powoduje lokalizację śladu współpracy w środku szerokości wieńca, w obrębie głowy zęba koła. Jak już wskazano, jest to zjawisko niekorzystne z uwagi na nośność przekładni. Przesunięcie zębniaka względem koła w odwrotnym kierunku (rys. 5b) wpływa na zmniejszenie obszaru styku, jednak jego kształt i położenie są poprawne.

Wpływ zmiany kąta skrzyżowania osi (rys. 6a, b) jest zależny od jej kierunku. W przypadku gdy ma ona charakter ujemny (zmniejszenie początkowego kąta osi), jej wpływ na ślad współpracy ogranicza się do zmniejszenia jego obszaru i wyostrenia granic (rys. 6a). Zmiana o charakterze dodatnim powoduje przesunięcie obszaru współpracy w stronę głowy zęba koła (rys. 6b).



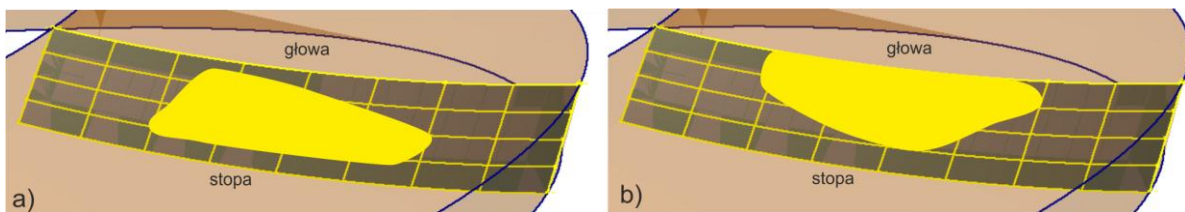
Rys. 4. Sumaryczny ślad współpracy po wprowadzeniu przesunięcia hipoidalnego osi zębnika: a) przesunięcie osi zębnika o  $-0,1$  mm (w górę), b) przesunięcie osi zębnika o  $0,1$  mm (w dół)

Fig. 4. Contact pattern after pinion hypoid offset added: axis shift a  $-0,1$  mm (up), b) pinion axis shift a  $+0,1$  mm (down)



Rys. 5. Sumaryczny ślad współpracy po zmianie położenia zębnika wzdłuż osi koła: a) odsunięcie zębnika ( $-0,1$  mm), b) dosunięcie zębnika ( $+0,1$  mm)

Fig. 5. Contact pattern after pinion shift along gear axis: a) pushing a  $-0,1$  mm, b) offset by a  $+0,1$  mm



Rys. 6. Sumaryczny ślad współpracy po zmianie kąta skrzyżowania osi: a) obrót o 10 min, zmniejszenie kąta  $S$ , b) obrót o 10 min, zwiększenie kąta  $S$

Fig. 6. Contact pattern after shaft angle change: a) rotation by 10 min, reducing  $S$  angle, b) rotation by 10 min, increasing  $S$  angle

### 3. WNIOSKI

Pod wpływem wprowadzanych błędów montażowych zaobserwowano tendencję do przesuwania się obszaru styku w stronę głowy zęba koła, włącznie ze współpracą krawędziową. Jest to zjawisko niekorzystne ze względu na zdolność przekładni do przenoszenia obciążeń. Można mu przeciwdziałać przez topologiczną modyfikację boku zęba zębnika podczas jego nacinania.

Wprowadzane zmiany wzajemnego położenia zębnika i koła odpowiadały odchyłkom 9 klasy dokładności (dotyczy wymiarów tolerowanych). Należy zatem wnioskować, że nawet ustawienie członów przekładni zgodnie z wytycznymi konstruktora może mieć znaczny wpływ na jej właściwości eksploatacyjne i jakość współpracy zazębienia, jeśli ustawiony tolerowany wymiar będzie miał wartości bliskie granicznym. W związku z tym, dla zapewnienia właściwej jakości przekładni i jej dużej żywotności należy postulować wykonanie jej członów w wyższych klasach dokładności.

*Badania realizowane w ramach Projektu „Nowoczesne technologie materiałowe stosowane w przemyśle lotniczym”, Nr POIG.01.01.02-00-015/08-00 w Programie Operacyjnym Innowacyjna Gospodarka (PO IG). Projekt współfinansowany przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego.*

## **Bibliografia**

1. Czech P., Fołęga P., Wojnar G.: Defining the change of meshing rigidity caused by a crack in the gear tooth's foot. *International Journal of Engineering, Science and Technology*, Vol. 2, No. 1, 2010, p. 49-56.
2. Czech P., Fołęga P., Wojnar G.: Evaluation of influence of cracking gear-tooth on changes its stiffness. *Acta Technica Corviniensis – Bulletin of Engineering*, 2009/Fascicule 3/July-September, Tome II, Romania, p. 17-22.
3. Litvin F., Fuentes A.: *Gear Geometry and Applied Theory*. Cambridge University Press, New York 2004;
4. Litvin F.L., Fuentes A., Hayasaka K.: Design, manufacture, stress analysis, and experimental tests of low-noise high endurance spiral bevel gears. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, 2006, p. 83-118.
5. Marciniec A., Sobolewski B.: Matematyczny model konstrukcyjnej przekładni stożkowej. *Materiały XVII Konferencji „Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo”*, Krasieczyn 2009, s. 61-62.
6. Marciniec A.: *Analiza i synteza ząbów przekładni stożkowych o kołowo-łukowej linii zęba*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2003.
7. Pisula J., Płocica M.: Ocena jakości współpracy projektowanej pary stożkowej z użyciem autorskiego systemu wspomagania projektowania. *Mechanik*, nr 2/2013, s. 138 (artykuł na CD-ROM).
8. Shih Y.P., Fong Z.H., Lin G.C.Y.: Mathematical Model for a Universal Face Hobbing Hypoid Gear Generator. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 129, January 2007, p. 38-47.
9. Stadtfeld H.J.: *Advanced Bevel Gear Technology. Manufacturing, Inspection and Optimization*. The Gleason Works, 2000.
10. Wójcik Z.: *Przekładnie stożkowe systemu Gleason*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2004.