

Piotr PAJAŁ¹, Marek BARSKI²

WYKRYWANIE USZKODZEŃ W KOMPOZYTOWYM PANELU CYLINDRYCZNYM NA PODSTAWIE ANALIZY DRGAŃ WYMUSZONYCH

Streszczenie. Praca poświęcona jest zagadnieniu wykrywania uszkodzeń w kompozytowych cylindrycznych panelach. Zastosowana metoda oparta jest na analizie wymuszonych drgań konstrukcji. Opracowanie ma charakter numerycznego eksperymentu zrealizowanego przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Uszkodzenie materiału modelowane jest przez redukcję sztywności oraz gęstości kompozytu. W pierwszym etapie (analiza modalna) obliczane są częstotliwości drgań własnych konstrukcji. Następnie, jako wynik analizy harmonicznej, wyznaczane są kolejne formy drgań panelu oraz krzywizny w kierunkach osiowym i obwodowym. Na podstawie porównania odpowiednich krzywizn konstrukcji bez uszkodzenia i z uszkodzeniem możliwe jest wykrycie wady oraz oszacowanie jej lokalizacji i wielkości. Proponowana metoda cechuje się dużą rozdzielczością pomiaru. Teoretycznie możliwe jest wykrycie nieznacznego defektu we wczesnym etapie jego powstawania.

Słowa kluczowe: kompozytowy panel, uszkodzenie, identyfikacja, częstotliwość drgań własnych, drgania wymuszone, metoda elementów skończonych

DAMAGE DETECTION IN COMPOSITE CYLINDRICAL PANEL BASED ON FORCED VIBRATION ANALYSIS

Summary. The current work is devoted to the damage detecting inside the composite cylindrical panels. The applied method is based on the analysis of the natural vibration and corresponding mode shapes. The analysis is performed with use of finite element method. The internal defect is modeled by the reduction of the composite material stiffness and density in arbitrary chosen elements. In the first step the natural frequencies of the intact structure are computed with use of the modal analysis. Next, the corresponding mode shapes are determined (harmonic analysis) for the damage and intact structure. For the each mode shape the curvature in the longitudinal and circumferential direction are determined. In the location of the damage the change of mode shape curvature are quite different in comparison with intact structure. The proposed method of the damage detecting in the investigated here multilayered cylindrical panel are very sensitive. Even single small flaws with relatively low reduction of the material stiffness as well as its position can be effectively detected and localized.

¹ Faculty of Mechanical Engineering, Cracow University of Technology, Kraków, Poland, e-mail: ppajak@mech.pk.edu.pl.

² Faculty of Mechanical Engineering, Cracow University of Technology, Kraków, Poland, e-mail: mbar@mech.pk.edu.pl.

Keywords: cylindrical panel, damage detection, natural frequency, forced vibration, finite element method

1. WPROWADZENIE

Obecnie z szeroko rozumianych materiałów kompozytowych (MK) wykonywanych jest coraz więcej rozmaitych elementów maszyn i urządzeń. Jest to szczególnie widoczne w przemyśle lotniczym, stoczniowym czy też motoryzacyjnym. MK mają wiele zalet w porównaniu z tradycyjnymi materiałami izotropowymi. Elementy wykonane z MK zazwyczaj są o wiele lżejsze od stalowych, przy porównywalnych (jeśli nie większych) sztywności i wytrzymałości. Jednakże w przypadku elementów wykonanych z MK proces powstawania uszkodzeń jest bardzo skomplikowany. Do najczęściej spotykanych form uszkodzenia można zaliczyć: pęknięcie osnowy, delaminacje, pęknięcie włókien czy oddzielanie się włókien od osnowy. Bardzo często uszkodzenia te zlokalizowane są wewnątrz materiału, co znacznie utrudnia ich wczesne wykrycie, zwłaszcza w fazie początkowej. Stąd też powstała konieczność opracowania skutecznych metod detekcji uszkodzeń. Metody te znane są w literaturze angielskojęzycznej jako Non - Destructive Testing (NDT). Szczegółowy opis zalet i wad najczęściej stosowanych w praktyce metod NDT można znaleźć w publikacjach Helliera [6] oraz Khuna et al. [10].

W ostatnich latach coraz większe zainteresowanie wzbudzają metody oparte na analizie drgań oraz analizie propagacji fal sprężystych. Ich najważniejszą zaletą jest to, że detekcja uszkodzeń może odbywać się (SHM) w czasie pracy konstrukcji, niejako w trybie on-line. Wtedy mamy do czynienia z systemami Structural Health Monitoring. Odpowiednie czujniki mogą być zainstalowane w konstrukcji już na etapie jej wytwarzania. Jeżeli w czasie eksploatacji pojawią się uszkodzenia, to wówczas ostrzeżenie będzie generowane automatycznie.

W przypadku analizy propagacji fal sprężystych, uszkodzenie wykrywane jest dzięki porównaniu odebranego sygnału z sygnałem wzorcowym. Na podstawie tego porównania można określić położenie oraz wielkość defektu. Podstawy analizy propagacji fal oraz SHM można znaleźć w następujących pracach autorstwa Giurgiutiu [4], Gopalakrishnana et al. [5] czy też Lee [13].

W metodzie analizy drgań zakłada się, że defekt materiału powoduje wykrywalne zmiany w konstrukcji, a mianowicie: częstotliwości drgań własnych, kształtu drgającej konstrukcji czy też wielkości tłumienia. Wielkość tych zmian uzależniona jest od rodzaju, rozmiaru i lokalizacji uszkodzenia. Warto tutaj zaznaczyć, że obecnie dostępne są metody precyzyjnego pomiaru kształtu drgającej konstrukcji. Jedną z nich jest metoda SLDV (Scanning Laser Doppler Vibrometer) [5]. Wyniki uzyskane tą drogą można w łatwy sposób symulować za pomocą metody elementów skończonych, co znacznie przyspiesza proces opracowania odpowiedniego algorytmu i oprogramowania umożliwiającego wykrycie defektu. Szczegółowy opis dokonań w tej dziedzinie w ostatnich 30 latach można znaleźć w pracy przeglądowej Doeblinga et al. [3].

Niestety, w przypadku kompozytowych belek [9], płyt [1], płyt z otworami [8] czy też powłok cylindrycznych [12], zmiana wartości częstotliwości drgań własnych, spowodowana istnieniem uszkodzenia, jest niewielka. W praktyce oznacza to, że uszkodzenie musi być stosunkowo duże, aby zmiana częstotliwości drgań własnych mogła być rejestrowana. Z tego też powodu przy tworzeniu efektywnego algorytmu wykrywania i lokalizacji uszkodzeń pod uwagę powinny być brane również inne parametry, takie jak np. kształt drgającej konstrukcji przy częstotliwości wymuszenia równej częstotliwości drgań własnych. W celu wykrycia

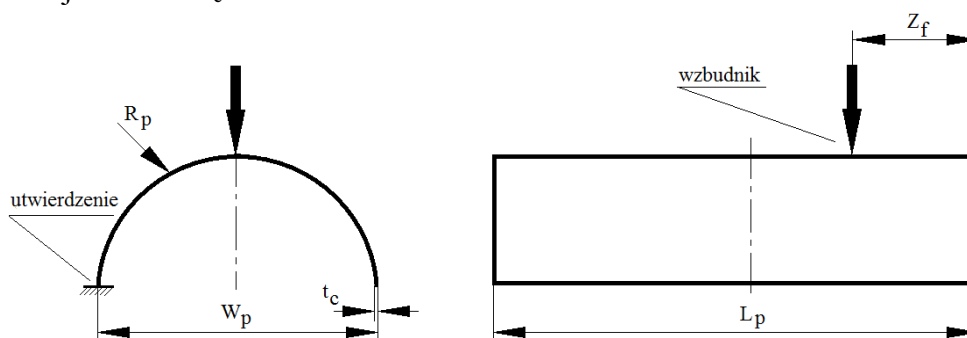
i lokalizacji defektu konieczne jest porównanie wspomnianego kształtu uzyskanego dla konstrukcji uszkodzonej i konstrukcji wzorcowej. W literaturze istnieje wiele różnych odmian i wariantów tego podejścia. Szczegółowy przegląd znaleźć można w książce Gopalakrishna et al. [5].

Jak pokazały najnowsze badania, daleko bardziej czułą metodą jest analiza zmian krzywizny testowanej konstrukcji. W 1991 r. Padney et al. [15] zaproponowali metodę detekcji uszkodzeń, w której zmiana krzywizny konstrukcji wyznaczana jest przy użyciu ilorazów różnicowych znanych z metody różnic skończonych. Kształt drgającej konstrukcji uzyskano jako wynik analizy MES. W tej pracy wykazano, że w obszarze uszkodzenia występuje znacząca zmiana krzywizny konstrukcji. Fakt ten można wykorzystać następnie w celu wykrycia i precyzyjnej lokalizacji defektu. Niestety, wadą tej metody jest duża podatność na błędy pomiaru oraz wszelkiego rodzaju szumy. Z tego też powodu obecnie rozwijane są alternatywne podejścia oparte na pomiarze wielkości energii odkształcenia. Można wymienić tutaj pracę Kima et al. [11], dotyczącą belek, czy też pracę Cornwella et al. [2], której tematem są konstrukcje płytowe.

Niniejszy artykuł poświęcony jest zagadnieniu detekcji uszkodzeń w kompozytowym, wielowarstwowym panelu cylindrycznym. Za pomocą MES oraz dodatkowego, autorskiego programu przeprowadzono symulację rzeczywistego doświadczenia. Wspomniany dodatkowy program umożliwia wyznaczanie zmian krzywizny panelu w kierunkach osiowym oraz obwodowym. Wyniki przeprowadzonych obliczeń wskazują na wysoką efektywność tego podejścia. Możliwe jest skuteczne wykrycie defektów o niewielkich rozmiarach, a co za tym idzie nieznacznej redukcji sztywności MK, rzędu 15%. Dla porównania warto tutaj wspomnieć, że Muc et al. [14] oraz Stawiarski et al. [16] analizowali podobną konstrukcję, wykorzystując analizę propagacji fal sprężystych.

2. CYLINDRYCZNY PANEL KOMPOZYTOWY

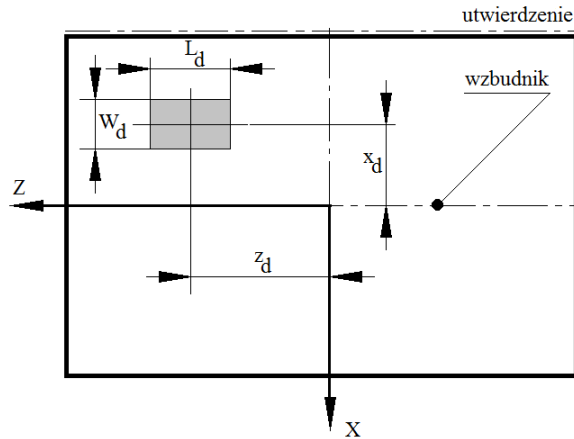
Na rys. 1 przedstawiono rozważaną konstrukcję kompozytową. Całkowita długość panelu wynosi $L_p=310$ mm, szerokość $W_p=180$ mm, a promień krzywizny $R_p=92$ mm. Całkowita grubość MK jest równa $t_c=2$ mm.



Rys. 1. Kompozytowy panel cylindryczny
Fig. 1. Composite cylindrical panel

Zastosowany MK składa się z $N=8$ warstw o identycznej grubości $t=t_c/N$ i następującej orientacji włókien $90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ$. Kąt orientacji włókien w warstwach mierzony jest względem osi cylindra. Wartości stałych materiałowych zaczerpnięto z pracy Alnefaie [1]. Przyjmują one następujące wartości: $E_1=181$ GPa, $E_2=10,3$ GPa, $G_{12}=7,17$ GPa, $\nu_{12}=0,28$ oraz gęstość $\rho=1600$ kg/m³. Jedna z krawędzi panelu jest utwierdzona, natomiast pozostałe są swobodne. Konstrukcja obciążona jest punktowo, za pomocą wzbudnika. Siła

przyłożona jest w odległości $Z_f=78$ mm od krawędzi zewnętrznej. Wartość obciążenia zmienia się w zakresie $F=-0,5\div 0,5$ N. Uszkodzenie modelowane jest jako wybrany, prostokątny obszar konstrukcji. Wielkość degradacji sztywności MK określa współczynnik uszkodzenia $\beta=0,85$. Innymi słowy, w obszarze defektu MK jest słabszy o 15% w stosunku do nieuszkodzonego MK. Na rys. 2 pokazano wymiary oraz położenie zakładanego uszkodzenia, a także przyjęty układ współrzędnych. Współrzędne kartezjańskie geometrycznego środka uszkodzenia wynoszą w rzucie poziomym odpowiednio: $x_d=-63$ mm, $y_d=108,5$ mm, natomiast wymiary $L_d=11,1$ mm oraz $W_d=8,7$ mm. Wymiar W_d należy rozumieć jako długość łuku mierzonego w kierunku obwodowym.



Rys. 2. Wymiary i położenie uszkodzenia
Fig. 2. Size and location of damage

3. METODA DETEKCJI USZKODZEŃ

Wykorzystana obecnie metoda detekcji uszkodzeń polega na porównaniu krzywizny konstrukcji uszkodzonej i wzorcowej. Pod pojęciem konstrukcji wzorcowej należy rozumieć strukturę idealną, pozbawioną jakichkolwiek wad. Odpowiednie krzywizny obliczane są na podstawie deformacji konstrukcji testowanej i wzorcowej, wyznaczonych przy częstotliwości wymuszenia odpowiadającej kolejnym częstotliwościom drgań własnych. Jest to możliwe przy założeniu, że zmiana częstotliwości drgań własnych konstrukcji testowanej wywołana niewielkim uszkodzeniem jest pomijalnie mała. W związku z tym, w pierwszym kroku analizy należy wyznaczyć kilka pierwszych częstotliwości drgań własnych konstrukcji. Można to uczynić za pomocą MES i analizy modalnej. Następnie przeprowadzana jest analiza harmoniczna, gdzie jako wynik otrzymywany jest kształt deformacji odpowiadający kolejnym częstotliwościom drgań własnych. Kształt ten opisany jest za pomocą walcowego układu współrzędnych. W celu dalszej analizy wykorzystywana jest *składowa promieniowa* $U^{(r)}$ przemieszczenia. Z kolei wynik ten eksportowany jest do zewnętrznego programu, gdzie obliczane są odpowiednie zmiany krzywizny w kierunkach obwodowym κ^θ i osiowym κ^Z według poniższych wzorów różnicowych:

$$\kappa_{i,j}^\theta = \frac{\partial^2 U_{i,j}^{(r)}}{\partial \theta^2} = \frac{1}{R_p^2} \frac{U_{i-1,j}^{(r)} - 2U_{i,j}^{(r)} + U_{i+1,j}^{(r)}}{(\Delta\theta)^2}, \quad \kappa_{i,j}^Z = \frac{\partial^2 U_{i,j}^{(r)}}{\partial z^2} = \frac{U_{i,j-1}^{(r)} - 2U_{i,j}^{(r)} + U_{i,j+1}^{(r)}}{(\Delta z)^2}, \quad (1)$$

gdzie:

$\Delta\theta$ – kąt, rad,

Δz – odległości, m.

Brakujące wartości krzywizny na brzegach panelu można ekstrapolować przy użyciu znanych wartości krzywizny. W celu detekcji uszkodzenia wykorzystane zostanie kryterium znane w literaturze jako mode shape curvature (MSC), w macierzowej postaci:

$$C_{i,j}^{\theta} = \left| \kappa_{i,j}^{\theta USZKODZ} - \kappa_{i,j}^{\theta WZ} \right|, \quad C_{i,j}^Z = \left| \kappa_{i,j}^Z USZKODZ} - \kappa_{i,j}^Z WZ} \right|. \quad (2)$$

Ze względu na wygodę, warto dalej znormalizować powyższe wielkości względem wartości maksymalnej, a mianowicie:

$$I_{i,j}^{\theta} = \frac{C_{i,j}^{\theta}}{\max |C_{i,j}^{\theta}|}, \quad I_{i,j}^Z = \frac{C_{i,j}^Z}{\max |C_{i,j}^Z|}. \quad (3)$$

Dalsza analiza może być prowadzona zasadniczo dla obu kierunków niezależnie. Jednakże celowe wydaje się być wprowadzenie jednego wspólnego kryterium, które zawiera w sobie część wspólną informacji o uszkodzeniu, uzyskaną z analizy przeprowadzonej w kierunkach obwodowym i osiowym. Można zapisać to w postaci następującego iloczynu wielkości (3):

$$I_{i,j} = I_{i,j}^{\theta} \cdot I_{i,j}^Z. \quad (4)$$

W tym miejscu warto zaznaczyć [5], że jeżeli uszkodzenie zlokalizowane jest w miejscu konstrukcji, w którym występuje minimum energii odkształcenia, to zaburzenie krzywizny nie występuje i w konsekwencji defekt może nie zostać wykryty. Stąd wynika konieczność przeprowadzenia analizy w otoczeniu kilku początkowych wartości częstotliwości drgań własnych. Uzyskane wyniki można przedstawić za pomocą średniego kryterium uszkodzenia:

$$I_{i,j}^{SR} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m I_{i,j}^{(k)}, \quad (5)$$

gdzie:

m – liczba częstotliwości drgań własnych.

4. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNEJ

Obliczenia MES przeprowadzono przy użyciu komercyjnego systemu ANSYS 12.1 oraz czworobocznych elementów powłokowych SHELL181 o trzech przemieszczeniowych i trzech obrotowych stopniach swobody w każdym węźle. Elementy te sformułowane są według teorii poprzecznego ścinania pierwszego rzędu. Ponadto, są one dedykowane głównie konstrukcjom wykonanym z materiałów wielowarstwowych. Z kolei zewnętrzny program napisany został w środowisku VISUAL C++ 2005.

4.1. Analiza modalna

W celu wyznaczenia częstotliwości drgań własnych panelu przeprowadzono analizę modalną. Jako metodę użyto Block Lanczos. W obecnej analizie wpływ tłumienia jest całkowicie pomijany. Przeprowadzono tutaj także test zbieżności uzyskanego rozwiązania MES ze względu na liczbę elementów. Poniżej, w tabeli 1 zebrano wartości częstotliwości drgań własnych uzyskanych przy różnej liczbie elementów. W tabeli 1 podano również liczbę węzłów siatki w kierunkach zarówno obwodowym, jak i osiowym. Za każdym razem siatka MES była

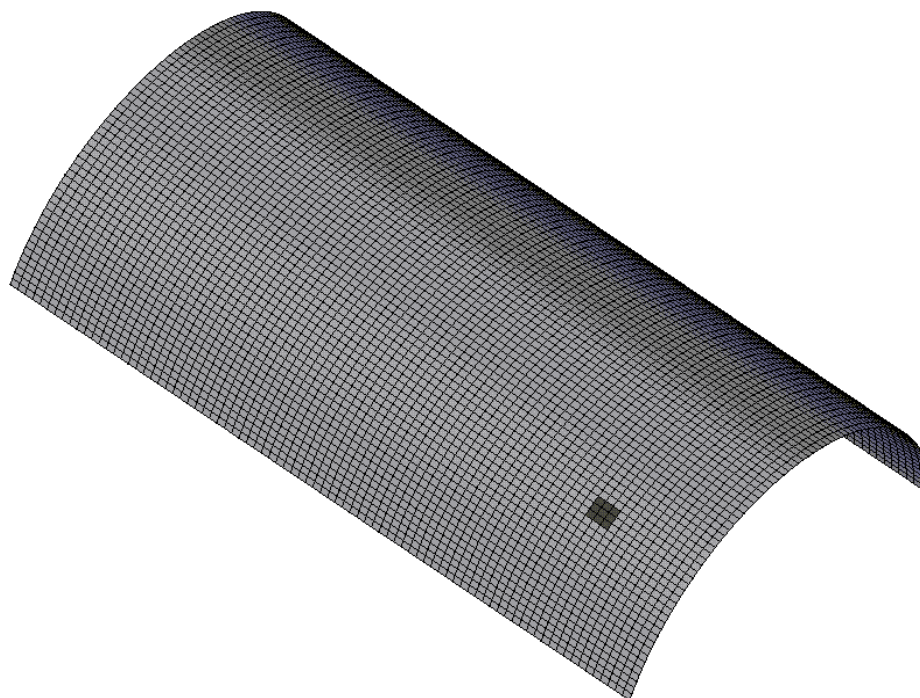
regularna, tzw. mapowana. Uzyskane wartości częstotliwości drgań własnych wykazują zadowalającą zbieżność. Z uwagi na dalszą analizę harmoniczną, zdecydowano się wykorzystać model MES złożony z 7224 elementów skończonych. Model ten pokazano na rys. 3.

Z kolei w tabeli 2 zamieszczono porównanie wartości częstotliwości drgań własnych konstrukcji uszkodzonej i wzorcowej. Jak widać, wartości te są bardzo podobne. Wartości uzyskane dla konstrukcji zawierającej defekt są w trzech przypadkach mniejsze niż te uzyskane dla struktury wzorcowej. Można stwierdzić, że istnienie defektu powoduje spadek sztywności, a to z kolei obniża częstotliwość drgań własnych. W jednym przypadku rozważane wartości są równe, natomiast w jednym wartość częstotliwości drgań własnych konstrukcji wzorcowej jest nieznacznie mniejsza. Może to być spowodowane błędem obliczeń numerycznych. Można stwierdzić, że na podstawie pomiaru częstotliwości drgań własnych bardzo trudno jest wykryć uszkodzenie, zwłaszcza wtedy, kiedy jest ono w początkowej fazie rozwoju.

Tabela 1

Zestawienie częstotliwości drgań własnych [Hz] panelu wzorcowego przy różnej liczbie elementów

Lp.	Całkowita liczba elementów			
	1806 (43/44)	3600 (61/61)	7224 (87/85)	14400 (121/121)
1	38,688	38,677	38,671	38,669
2	44,773	44,771	44,787	44,796
3	129,006	128,928	128,905	128,895
4	136,344	136,239	136,188	136,163
5	432,694	431,924	431,564	431,398



Rys. 3. Model MES kompozytowego panelu, w którym występuje uszkodzenie
Fig. 3. FE model for composite panel with visible damage

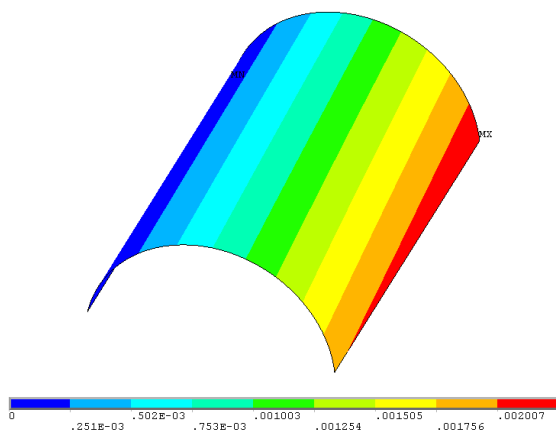
Tabela 2

Zestawienie częstotliwości drgań własnych [Hz] paneli wzorcowego oraz zawierającego uszkodzenie

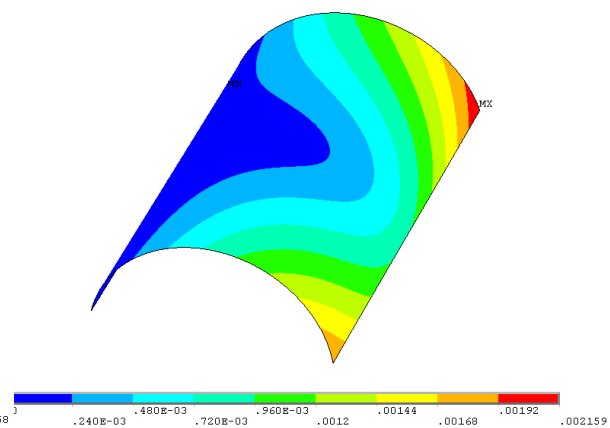
Lp.	Panel wzorcowy	Panel uszkodzony
1	38,671	38,663
2	44,787	44,779
3	128,905	128,905
4	136,188	136,190
5	431,564	431,527

4.2. Analiza harmoniczna

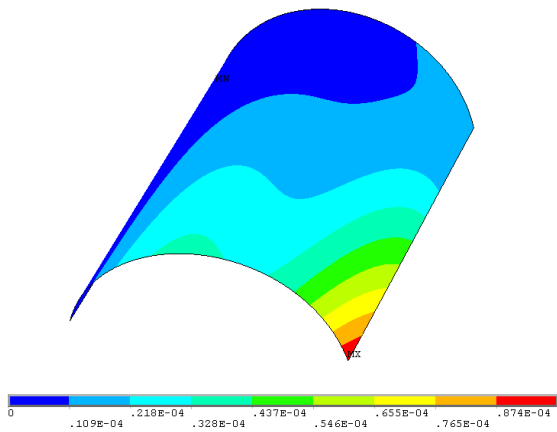
W celu symulacji rzeczywistego pomiaru przeprowadzono analizę harmoniczną, gdzie wielkość kroku częstotliwości założono na poziomie $\Delta\nu=0,5$ Hz. Oznacza to, że pierwszy kształt, deformacji uzyskano dla częstotliwości $\nu=38,5$ Hz, drugi dla $\nu=45$ Hz, trzeci dla $\nu=129$ Hz itd. Zastosowano metodę, która w systemie ANSYS 12.1 określana jest jako FULL. Ponadto, przyjęto niewielki współczynnik globalnego [7] tłumienia $\xi=0,005$. Wprowadzenie tłumienia nie powoduje istotnej zmiany wartości częstotliwości drgań własnych, jednakże upodabnia bardziej symulację do warunków rzeczywistego pomiaru. Na rysunkach 4 - 7 przedstawiono kolejne formy drgań wymuszonych analizowanego panelu. Należy tutaj zaznaczyć, że formy drgań uzyskane dla konstrukcji z uszkodzeniem są identyczne i z tego powodu nie były prezentowane w opracowaniu. Największą amplitudę drgań można zaobserwować w przypadku pierwszej formy drgań oraz drugiej formy drgań i wynosi ona ponad 2 mm, co można potwierdzić na rys. 4 oraz 5. Stąd też uszkodzenie będzie najbardziej widoczne dla niskich częstotliwości drgań własnych.



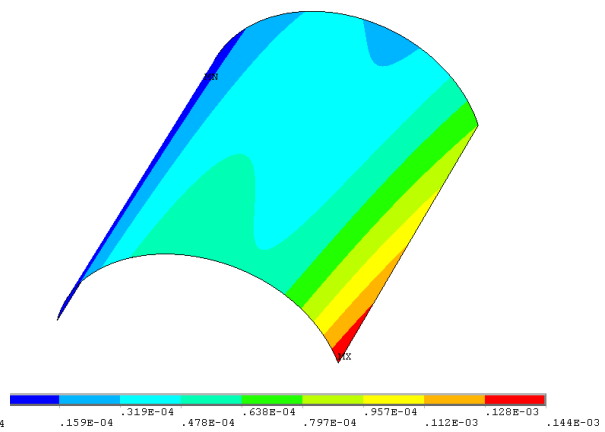
Rys. 4. Pierwsza forma drgań $\nu=38,5$ Hz
Fig. 4. First displacement mode $\nu=38.5$ Hz



Rys. 5. Druga forma drgań $\nu=45$ Hz
Fig. 5. Second displacement mode $\nu=45$ Hz

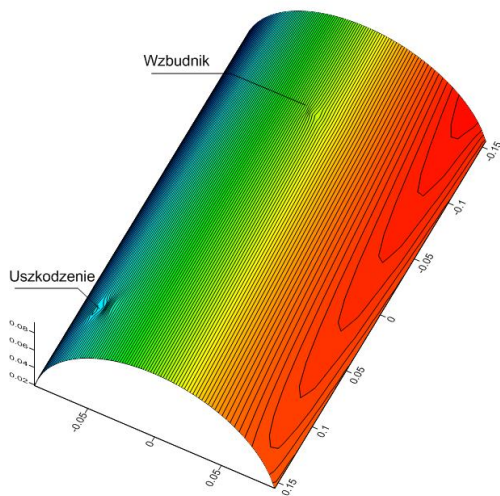


Rys. 6. Trzecia forma drgań $\nu=129$ Hz
 Fig. 6. Third displacement mode $\nu=129$ Hz



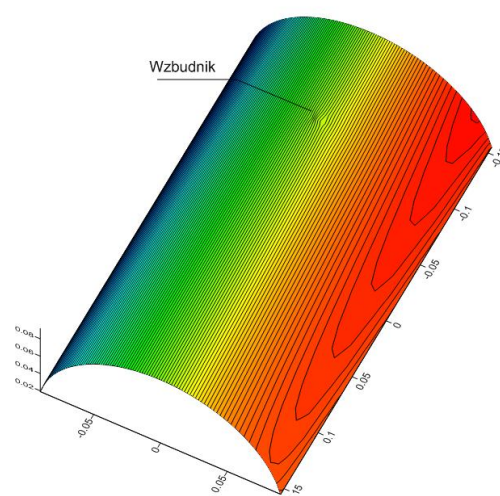
Rys. 7. Czwarta forma drgań $\nu=136$ Hz
 Fig. 7. Fourth displacement mode $\nu=136$ Hz

Na rys. 8 i 9 przedstawiono zmianę krzywizny obwodowej konstrukcji odpowiednio uszkodzonej i wzorcowej, uzyskaną przy częstotliwości wymuszenia $\nu=38,5$ Hz. Można zauważyć dwa charakterystyczne obszary.



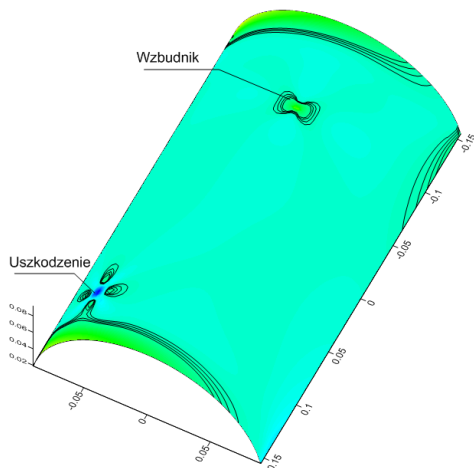
Rys. 8. Krzywizna w kierunku obwodowym – konstrukcja uszkodzona przy częstotliwości $\nu=38,5$ [Hz]

Fig. 8. Curvature in circumferential direction – structure with damage $\nu=38.5$ [Hz]



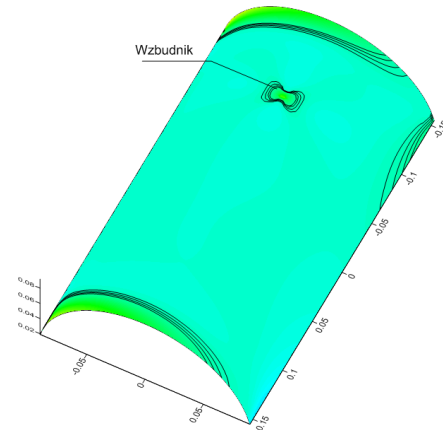
Rys. 9. Krzywizna w kierunku obwodowym – konstrukcja wzorcowa przy częstotliwości $\nu=38,5$ [Hz]

Fig. 9. Curvature in circumferential direction – structure with damage. $\nu=38.5$ [Hz]



Rys. 10. Krzywizna w kierunku osiowym – konstrukcja uszkodzona przy częstotliwości $\nu=38,5$ [Hz]

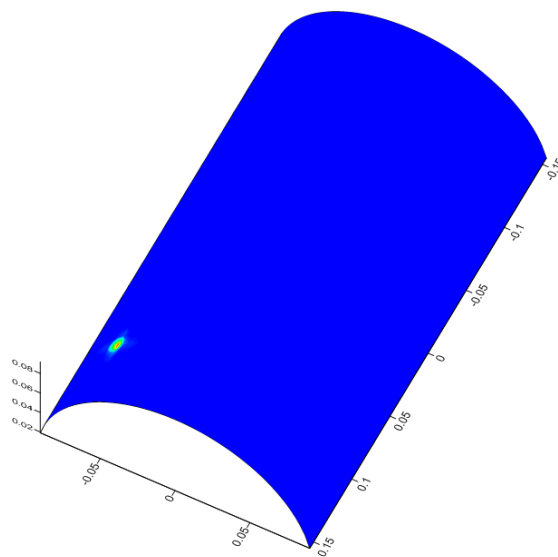
Fig. 10. Curvature in axial direction – Structure with damage $\nu=38.5$ [Hz]



Rys. 11. Krzywizna w kierunku osiowym – konstrukcja wzorcowa przy częstotliwości $\nu=38,5$ [Hz]

Fig. 11. Curvature in axial direction – Structure with damage. $\nu=38.5$ [Hz]

Jeden z tych obszarów odpowiada punktowi przyłożenia siły skupionej. Drugi z kolei, widoczny bardzo wyraźnie na rys. 8, to obszar uszkodzenia. Na rys. 10 oraz 11 przedstawiono zmiany krzywizny w kierunku osiowym. Również teraz widoczne są wspomniane obszary odpowiadające miejscom przyłożenia obciążenia skupionego (wzbudnika) oraz uszkodzenia. Należy tutaj zwrócić uwagę na wybitnie lokalny charakter tych zaburzeń. Po dokonaniu dalszych obliczeń według wzorów (2) i (3) można otrzymać precyzyjny obraz umożliwiający określenie nie tylko położenia, ale także rozmiaru uszkodzenia. Na rys. 12 pokazano wypadkowy wskaźnik uszkodzenia zdefiniowany wzorem (4). Poszukiwane uszkodzenie jest dobrze widoczne. Możliwe jest precyzyjne oszacowanie miejsca oraz rozmiaru defektu. Należy tutaj zaznaczyć, że wielkość redukcji sztywności MK w obszarze uszkodzenia jest niewielka, rzędu 15%. Z uwagi na fakt, że wyniki w postaci wskaźnika uszkodzenia (4), uzyskane z analizy deformacji konstrukcji przy drugiej i trzeciej częstotliwości drgań własnych, były podobne, nie prezentowano ich w opracowaniu.



Rys. 12. Uszkodzenie wyznaczone na podstawie wzoru (4)

Fig. 12. Damage localized with aid of formula (4)

W opinii autorów prezentowana metoda jest najbardziej efektywna w sytuacji, kiedy obszar, gdzie spodziewane jest wystąpienie defektu, znajduje się pomiędzy utwierdzeniem konstrukcji a punktem przyłożenia obciążenia.

5. PODSUMOWANIE

W artykule podjęto próbę wykorzystania metody opartej na analizie drgań wymuszonych konstrukcji do celu identyfikacji wszelkiego rodzaju wad występujących w MK. Analizie poddano cylindryczny panel wykonany z wielowarstwowego, umacnianego włóknami MK. Uszkodzenie modelowane jest jako obszar o zmniejszonej sztywności MK. Praca ta ma charakter numerycznego eksperymentu przy użyciu komercyjnego systemu MES - ANSYS 12.1. Eksperyment ten miał na celu określenie potencjalnej efektywności tej metody detekcji uszkodzeń. W pierwszym etapie wyznaczana była częstotliwość drgań własnych konstrukcji wzorcowej przy wykorzystaniu analizy modalnej. Następnie symulowana była dynamiczna odpowiedź konstrukcji na zadane wymuszenie. Częstotliwość wymuszenia była zbliżona do wcześniej wyznaczonych wartości częstotliwości drgań własnych struktury wzorcowej. Etap ten realizowany był przez uruchomienie analizy harmonicznej. Na podstawie postaci deformacji panelu, odpowiadającej kolejnym formom drgań, określana była krzywizna w kierunkach obwodowym i osiowym. W wyniku porównania odpowiednich wielkości możliwe jest wykrycie oraz oszacowanie lokalizacji i wielkości defektu MK. Metoda ta wyróżnia się prostotą i efektywnością.

Bibliografia

1. Alnefaie K.: Finite element modeling of composite plates with internal delamination. *Compsite Structure*, No. 90, 2009, p. 21-27.
2. Cornwell P., Deobling S.W., Farrar C.R.: Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures. *Journal of Sound and Vibration*, No. 224(2), 1999, p. 359-374.
3. Doebling S.W., Farrar C., Prime M.B., Daniel W.S.: Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristic: a literature review. LA - 13070-MS, May 1996.
4. Giurgiutiu V.: *Structural Health Monitoring with piezoelectric wafer active sensors*. Elsevier, Amsterdam-Boston 2008.
5. Gopalakrishnan S., Ruzzene M., Hanagud S.: *Computational Techniques for Structural Health Monitoring*. Springer, Dordrech-Heidelberg-New York-London 2011.
6. Hellier C.: *Handbook of Nondestructive Evaluation*. McGraw-Hill, New York 2001.
7. Huei-Huang Lee.: *Finite Elemet Simulations with ANSYS Workbench 12. Theory - Applications - Case Studies*, SDC Publications, 2010.
8. Ju F., Lee H.P., Lee K.H.: Free vibration of composite plates with delaminations around cutouts. *Composite Structure*, No. 31, 1995, p. 177-183.
9. Kessler S.S., Spearing M.S., Atalla M.J., Cesnik C.E., Soutis C.: Damage detection in composite materials using frequency response methods. *Composites: Part B*, No. 33, 2002, p. 87-95.

10. Khun E., Valo E., Herve P.: A comparison between thermosonic and thermography for delamination detection in polymer matrix laminates. *Composite Structure*, No. 94, 2012, p. 1155-1164.
11. Kim J.T., Stubbs N.: Crack detection in beam type structures using frequency data. *Journal of Sound and Vibration*, No. 259(1), 2003, p. 146-160.
12. Kim-Ho Ip, Ping-Cheung Tse: Locating damage in circular cylindrical composite shells based on frequency sensitivities and mode shapes. *European Journal of Mechanics A/Solids*, No. 21, 2002, p. 615-628.
13. Lee U.: *Spectral Element Method in Structural Dynamics*. John Wiley & Sons (Azja), Singapur 2009.
14. Muc A., Stawiarski A.: Identification of damages in composite multilayered cylindrical panels with delaminations. *Composite Structure*, No. 94(5), 2012, p. 1871-1879.
15. Pandey A.K., Biswas M., Samman M.M.: Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, No. 145(5), 1991, p. 321-332.
16. Stawiarski A., Muc A., Kędziora P.: Damage detection, localization and assessment in multilayered composite structure with delamination. *Key Engineering Materials*, No. 542, 2013, p. 193-204.