

Przemysław GRZESICA¹

WYZNACZANIE FUNKCJI SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA METODĄ ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

Streszczenie. Niewątpliwym zaletom, jakie mają symulacyjne metody badań modeli dynamicznych, towarzyszą również pewne niedoskonałości, na skutek których mogą wystąpić istotne rozbieżności pomiędzy przewidywanym (za pomocą symulacji) a faktycznym zachowaniem się obiektu rzeczywistego. Źródłem tych rozbieżności może być na przykład niedostateczna dokładność identyfikacji przebiegu sztywności zazębienia.

Słowa kluczowe: dynamika przekładni zębatych, sztywność zazębienia ewolwentowego, MES

IDENTIFICATION OF MESHING STIFFNESS FUNCTION BY MEANS OF FINITE ELEMENT METHOD

Summary. Undoubtedly simulation methods of investigation of dynamic models behavior have some surpluses. Nevertheless, these methods are burdened by some limitations with the effect of significant disagreement between foreseen (by simulation) and an actual behavior of real objects. The source of these divergences for example it could be insufficient accuracy of the meshing stiffness identification.

Keywords: gear dynamics, meshing stiffness of involute gears, FEM

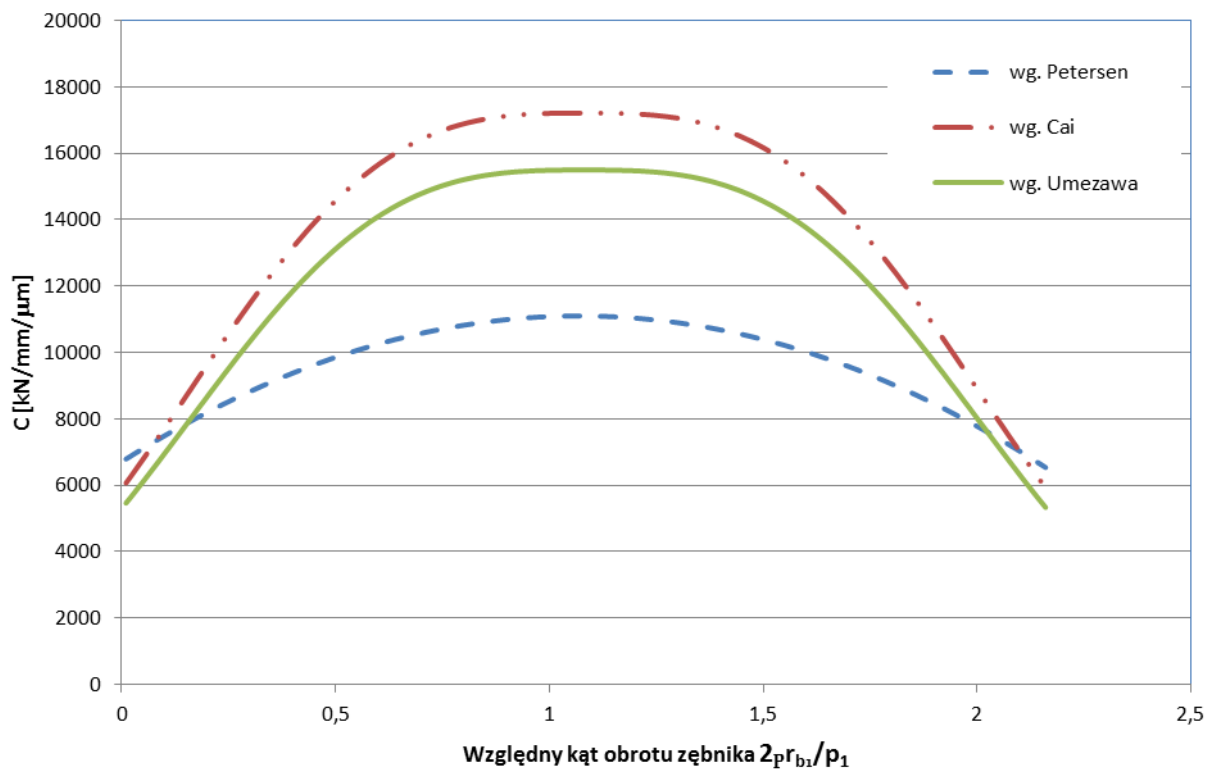
1. WPROWADZENIE

Określenie wpływów zewnętrznych oraz wewnętrznych źródeł wzbudzenia drgań na przebieg procesów dynamicznych zachodzących w przekładni zębatej może być przeprowadzane za pomocą badań obiektów rzeczywistych bądź modeli dynamicznych. Analiza mająca na celu określenie wpływu parametrów konstrukcyjnych i technologicznych oraz czynników eksploatacyjnych na przebieg zjawisk dynamicznych zachodzących w przekładni wydaje się szczególnie predysponować metodę symulacji zjawisk dynamicznych na modelu przekładni zębatej. Metoda ta w znacznym stopniu ułatwia, a niekiedy jest jedyną metodą, która umożliwi ocenę wpływów jakościowego i ilościowego generowanych przez źródła zewnętrzne i wewnętrzne drgań elementów przekładni na jej stan dynamiczny. Należy w tym miejscu podkreślić, że po przeprowadzonej identyfikacji procesów dynamicznych zachodzących w przekładni zębatej, celem kolejnego etapu badań, bez względu na zastosowaną metodę, jest określenie przedziałów wartości parametrów, dla których stan obciążenia

¹ Faculty of Mining and Geology, The Silesian University of Technology, Gliwice, Poland,
e-mail: przemyslaw.grzesica@polsl.pl.

przekładni będzie optymalny. Po uwzględnieniu całokształtu warunków pracy przekładni, przyjęte optymalne wartości tych parametrów powinny gwarantować minimalną aktywność dynamiczną przekładni, co w znacznym stopniu przyczyni się do podwyższenia jej trwałości oraz niezawodności.

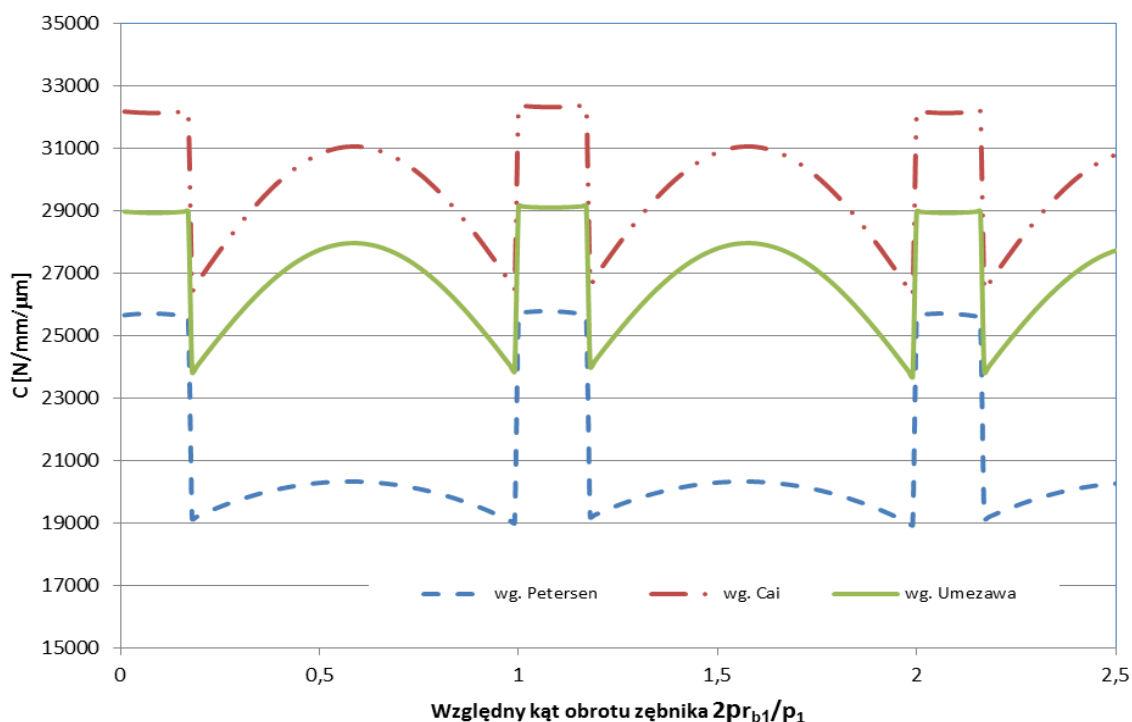
Pomimo niewątpliwych zalet, jakie ma symulacyjna metoda badań modeli dynamicznych, towarzyszą jej również pewne niedoskonałości, na skutek których mogą wystąpić istotne rozbieżności pomiędzy przewidywanym (za pomocą symulacji) a faktycznym zachowaniem się obiektu rzeczywistego, zaobserwowanym w trakcie jego badań doświadczalnych [2]. Źródłem tych rozbieżności może być na przykład niewystarczająca dokładność pomiarów identyfikujących wartości parametrów obiektu modelowanego, między innymi sztywności zazębienia, tłumienia w zazębieniu itd. Zazwyczaj badacze proces ten przeprowadzali na modelach uzębienia [1, 4, 5], a tym samym dokonywali pewnych uproszczeń zarówno zarysu zębów, jak i ich obciążenia. W efekcie otrzymane przebiegi sztywności zazębienia pojedynczej pary zębów, wyznaczone na podstawie modeli opublikowanych w [1, 4, 5], różnią się istotnie wartościami (rys. 1) zarówno na początku przyporu, jak i końcu przyporu, a także w punkcie tocznym. Przedstawione przykłady przebiegu sztywności wyznaczono dla przekładni o następujących parametrach geometrycznych: moduł normalny – 3,738 mm, liczba zębów zębniaka – 54, przełożenie – 1,0, kąt przyporu – 18° , kąt pochylenia linii zębów – 0° , szerokość koła – 11 mm, wskaźnik przyporu – 2,16.



Rys. 1. Sztywność zazębienia pojedynczej pary zębów wg Petersena, Umezawa i Cai
Fig. 1. Meshing stiffness of a single pair of teeth in accordance with Petersen, Umezawa and Cai

Różnice wartości sztywności zazębienia wyznaczanego wg Petersena, Umezawa i Cai są dużo większe dla przebiegu sumarycznej sztywności zazębienia (rys. 2) i sięgają od 25% wartości dla przyporu dwuparowego, aż do 50% dla przyporu trójparowego. Dlatego zdaniem autora konieczne jest wyznaczenie sztywności zazębienia z uwzględnieniem wpływu ewolwentowego zarysu zębów oraz jednostkowego obciążenia zębów, tak aby odwzorować

nie tylko ugięcie zębów, jako pary belek pryzmatycznych, ale także przemieszczenia wynikające z odkształceń powierzchni będących w styku liniowym.

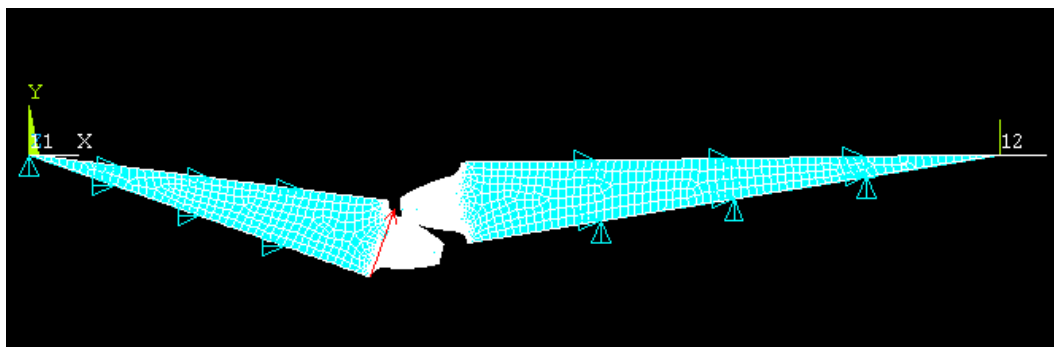


Rys. 2. Sumaryczna sztywność zazębienia wg Petersena, Umezawa i Cai

Fig. 2. Summary meshing stiffness in accordance with Petersen, Umezawa and Cai

2. MODEL STATYCZNY PARY ZĘBÓW

Na potrzeby wyznaczenia przebiegu sztywności zazębienia autor posłużył się metodą elementów skończonych (MES). W tym celu przygotował model geometryczny uzębienia dla jednostkowej szerokości zębów, co umożliwi odwzorowanie płaskiego stanu odkształcenia. Model ten (rys. 3) obejmuje jedynie wycinki koła i zębniaka, tak aby tworzyły pojedynczą parę zębów. Takie ujęcie problemu zapewnia istotne uproszczenie modelu z jednoczesnym zachowaniem odpowiedniej dokładności szacowanego parametru.

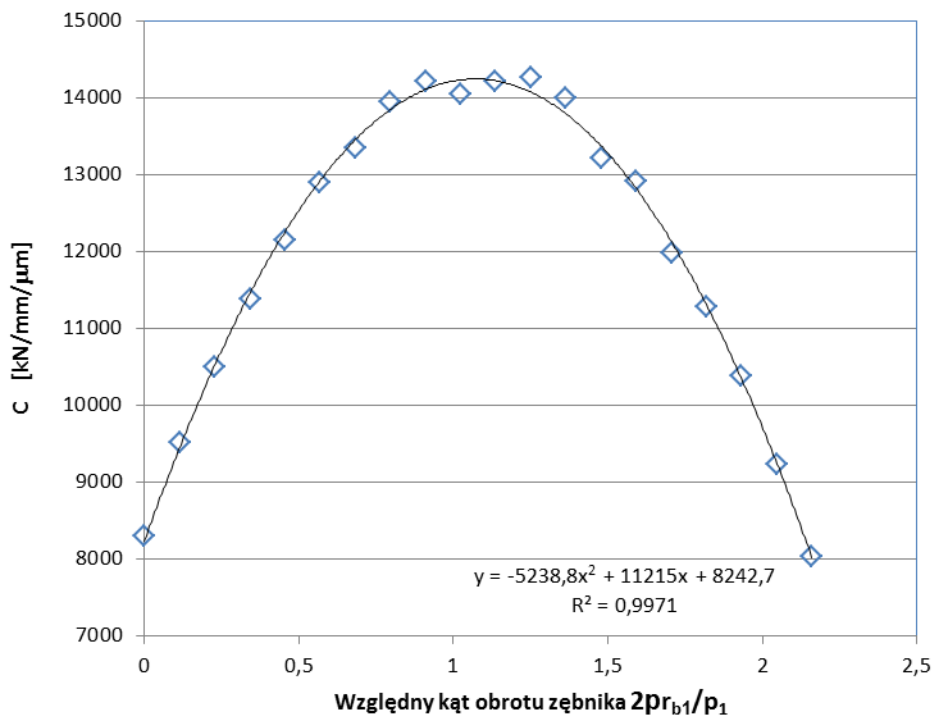


Rys. 3. Model geometryczny zębów wraz z podziałem na elementy skończone oraz zadanymi warunkami brzegowymi

Fig. 3. Geometric model of teeth divided by finite elements with applied boundary conditions

Wyznaczenie przemieszczeń pod wpływem działającego obciążenia możliwe było dzięki podziałowi continuum na czworoboczne elementy skończone o ośmiu węzłach. Własności materiału reprezentowały moduł Younga oraz moduł Poissona, o wartościach odpowiednio 210 GPa oraz 0,3. Wszystkie węzły w modelu miały dwa stopnie swobody w biegunowym układzie odniesienia. Wyjątek stanowiły węzły warunków brzegowych, którym odebrano stopnie swobody. Obciążenie statyczne zadawano siłą skupioną, działającą na wybrany węzeł w kierunku stycznym do koła zasadniczego, o wartości odpowiadającej wskaźnikowi jednostkowego obciążenia $Q=0,52$ MPa.

Wyznaczenie sztywności zębów przeprowadzono dla 20 punktów współpracy na odcinku przyporu. Następnie zbiór punktów aproksymowano wielomianem drugiego stopnia, tak aby uzyskać odpowiednio wysoki współczynnik dopasowania (rys. 4).

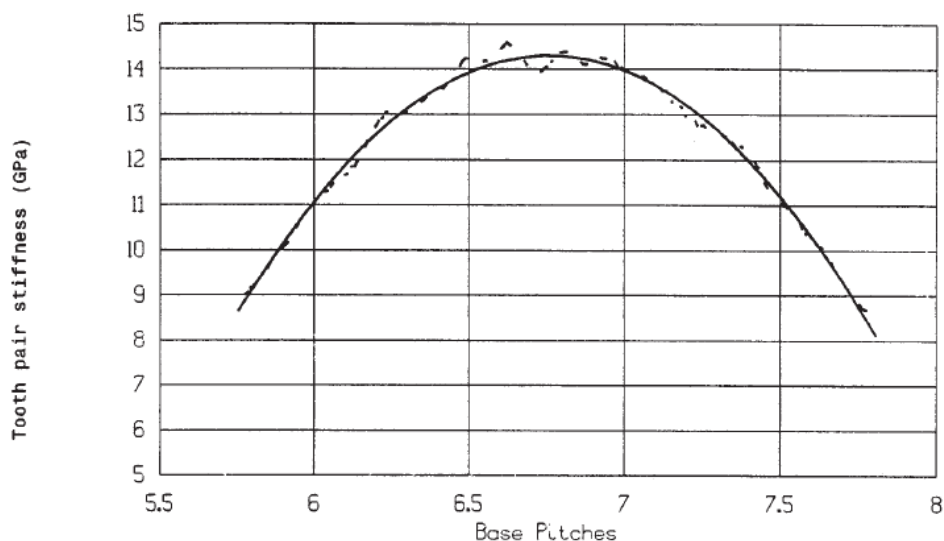


Rys. 4. Sztywność pary zębów w funkcji względnego kąta obrotu zębika, uzyskany za pomocą MES dla wskaźnika obciążenia jednostkowego $Q=0,52$ MPa

Fig. 4. Meshing stiffness in function of relative rotation angle, calculated by FEM for unitary load index $Q=0,52$ MPa

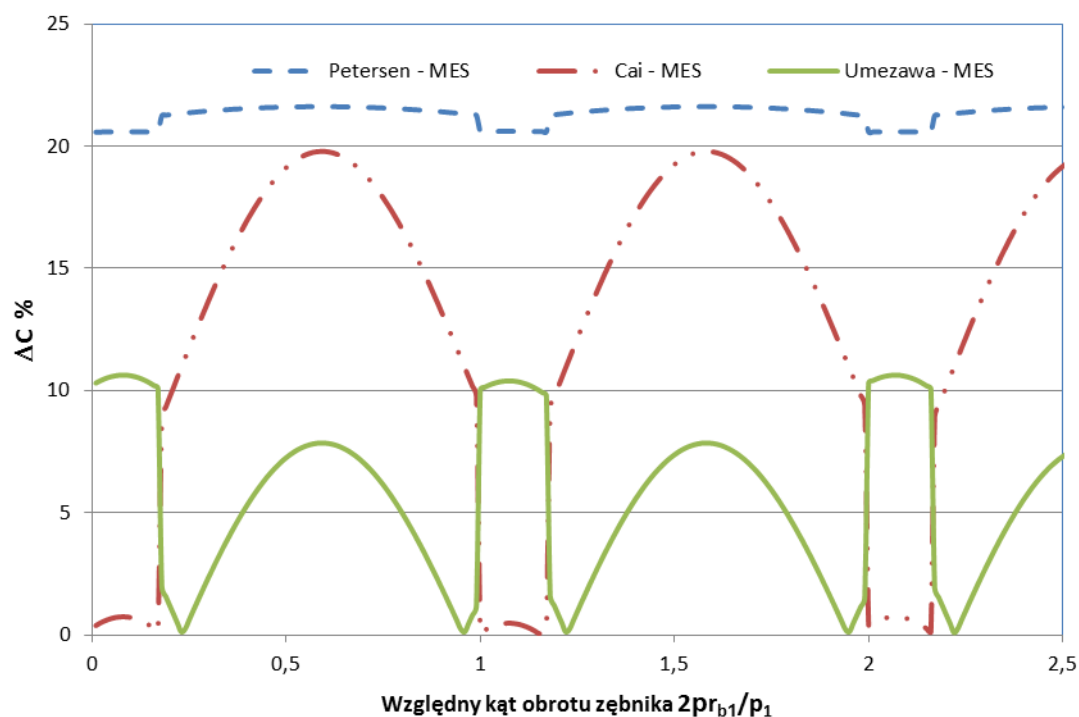
Z punktu widzenia poprawności metodyki badań na modelach abstrakcyjnych, ważnym zagadnieniem jest walidacja modelu. Walidacja jest procesem mającym na celu sprawdzenie dobroci (adekwatności) modelu przez porównanie rezultatów obliczeń z istniejącymi danymi empirycznymi. Innymi słowy, jest to proces wyznaczania stopnia, w jakim wyniki badań symulacyjnych pokrywają się z wynikami badań na obiekcie rzeczywistym. W opracowaniu [3] autorzy dokonali wyznaczenia przebiegu sztywności zazębienia jednoparowego za pomocą pomiaru błędu przełożenia. Uzyskane punkty pomiarowe aproksymowano wielomianem drugiego stopnia (rys. 5). Jak można zauważyć, różnice między wartościami sztywności jednoparowej, przedstawionymi na rys. 4 i 5, wynoszą ok. 2% zarówno na początku, jak i końcu i w środku odcinka przyporu. Można na tej podstawie stwierdzić, że zaproponowany model statyczny MES jest modelem adekwatnym i może służyć do dalszych badań oraz porównań z istniejącymi modelami sztywności zazębienia. Warto zwrócić uwagę na różnice wartości między sumarycznymi przebiegami sztywności wyznaczonymi na podstawie modeli Petersena, Umezawa oraz Cai, odniesionymi do przebiegu wyznaczonego za pomocą MES,

(rys. 6). Różnice te sięgają 23%, porównując przebieg Petersen-MES, oraz 20%, porównując przebieg Cai-MES dla przyporu trójparowego.



Rys. 5. Sztywność pary zębów w funkcji względnego kąta obrotu zębniaka, uzyskany za pomocą pomiaru błędu przełożenia [3] dla wskaźnika obciążenia jednostkowego $Q=0,52$ MPa

Fig. 5. Meshing stiffness in function of relative rotation angle, identified by transmission error of tested gears for unitary load index $Q=0,52$ MPa



Rys. 6. Przebiegi różnic względnych sumarycznej sztywności zazębienia (wyznaczonej wg Petersen, Umezawa, Cai) odniesionej do wartości uzyskanych za pomocą MES, dla $Q=0,52$ MPa

Fig. 6. Rout of relative differences of summary meshing stiffness (identified by Petersen, Umezawa, Cai) in relation to MES solutions for $Q=0,52$ MPa

3. PODSUMOWANIE

Przedstawione powyżej różnice wartości sztywności zazębienia, uzyskane na podstawie modeli zaproponowanych przez Petersena, Umezawa oraz Cai, wskazują na konieczność przeprowadzenia identyfikacji wspomnianego parametru. W niniejszym opracowaniu zaproponowano model wyznaczania przebiegu sztywności za pomocą metody elementów skończonych (MES) dla płaskiego stanu odkształcenia. Model ten poddano procesowi walidacji, na podstawie którego stwierdzono, że model ten jest modelem adekwatnym.

Bibliografia

1. Cai Y.: Simulation on the rotational vibration of helical gears in consideration of the tooth separation phenomenon (a new stiffness function of helical involute tooth pair), *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, No. 117 (1995), p. 460-469.
2. Grzesica P.: Wpływ obciążenia zewnętrznego na siły międzyzębne w przekładniach zębatych maszyn górniczych. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2011.
3. Munro R.G., Palmer D., Morrish L.: An experimental method to measure gear tooth stiffness throughout and beyond the path of contact. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2001, p. 793-803.
4. Petersen D.: Auswirkungen der Lastverteilung auf die Zahnfußtragfähigkeit von hochüberdeckenden Stirnradpaarungen. *Techn. Univ. Braunschweig*, 1989.
5. Umezawa K.: Deflection due to contact between gear teeth with finite width. *Bulletin of JSME*, Vol. 16, No. 97, p. 1085-1092.