Bogusław ŁAZARZ, Grzegorz PERUŃ

# WPŁYW USZKODZEŃ KÓŁ ZĘBATYCH NA DRGANIA WAŁÓW PRZEKŁADNI PRACUJĄCEJ W UKŁADZIE MOCY KRĄŻĄCEJ

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia możliwości wykorzystania zaawansowanych metod przetwarzania sygnałów, takich jak transformata Wignera-Ville'a oraz ciągła transformata falkowa do oceny wpływu lokalnych uszkodzeń zębów kół w różnych stadiach ich rozwoju na prędkości drgań poprzecznych wałów w węzłach łożyskowych. W badaniach symulacyjnych wykorzystano model dynamiczny stanowiska do badań przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej.

# INFLUENCE OF GEAR FAULTS ON SHAFTS VIBRATION OF GEARBOX WORKING IN CIRCULATING POWER SYSTEM

**Summary.** Article describes possibilities of advanced signal processing methods (such as Wigner-Ville transform and continuous wavelet transform) usage for estimating local wheel tooth damage (in different stages of its development) influence on shaft transverse vibration speed in bearing kinematic pairs. Dynamic model of toothed gear (working in circulating power system) studying station was used for simulation-based researches.

# 1. WPROWADZENIE

Jednym z istotnych zagadnień diagnostyki przekładni zębatych jest wykrywanie lokalnych uszkodzeń jej elementów, takich jak koła zębate czy łożyska. Ze względu na powszechne zastosowanie przekładni zębatych w układach napędowych oraz bardzo częste wykorzystanie sygnałów wibroakustycznych do ich diagnostyki, prowadzonych jest wiele prac mających na celu opracowanie skutecznych narzędzi wspomagających wykrycie uszkodzeń w początkowych ich stadiach [1,2,4,13].

Różnorodność rozwiązań układów napędowych i przekładni znacznie utrudnia uzyskanie wystarczającego stopnia pewności diagnozy pomimo istnienia różnych algorytmów analizy sygnałów diagnostycznych oraz reguł wnioskowania opracowanych na ich podstawie [4]. Z tego powodu w pierwszej kolejności ważne okazuje się wykrycie lokalnego uszkodzenia, a dopiero potem określenie jego rodzaju.

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań symulacyjnych mających na celu określenie zmian w sygnale drganiowym wywołanych uszkodzeniami lokalnymi zębów kół, to jest pęknięciem zęba u podstawy, częściowym wyłamaniem lub wykruszeniem wierzchołka zęba w przekładni badanej stanowiska FZG.

#### 2. MODELOWANIE LOKALNYCH USZKODZEŃ KÓŁ ZĘBATYCH

Podstawą badań symulacyjnych był model stanowiska z przekładniami pracującymi w układzie mocy krążącej opisany w [5]. Model ten został rozszerzony o możliwość symulacji uszkodzeń lokalnych zębów kół zgodnie z metodami opisami w pracach [4], co pozwoliło na wykorzystanie generowanych sygnałów drganiowych do diagnostyki uszkodzeń z użyciem różnych metod analizy. Stanowisko FZG przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Stanowisko FZG (1 – przekładnia pasowa, 2 – przekładnia zamykająca, 3 – wałek skrętny, 4 – wałki sprzęgające, 5 – przekładnia badana, 6 – sprzęgło napinające)

# Fig. 1. Circulating power test rig

Pęknięcie zęba u podstawy modelowano poprzez zmniejszenie sztywności nieuszkodzonej pary zębów (rys. 2).



Rys. 2. Sztywność zazębienia wzdłuż odcinka przyporu Fig. 2. Diagram of mesh stiffness

Koła zębate w modelu zastąpiono pakietem kół elementarnych o małej szerokości. Częściowe wyłamanie zęba zamodelowano poprzez wyzerowanie sztywności zazębienia elementarnego koła zębatego, w czasie gdy powinna występować współpraca tego zęba, gdyby nie wystąpiło uszkodzenie.

Wykruszenie wierzchołka zęba zamodelowano poprzez skrócenie odcinka przyporu. W przypadku wykruszenia wierzchołka koła napędzającego spowoduje to przedwczesne wyjście pary zębów z przyporu, natomiast w przypadku koła napędzanego – opóźni rozpoczęcie współpracy.

#### 3. OBIEKT BADAŃ

Badania symulacyjne prowadzono dla kół zębatych przekładni badanej stanowiska FZG o parametrach geometrycznych przedstawionych w tabeli 1. Prędkość obrotowa wału zębnika

wynosiła 1800 obr/min, natomiast obciążenie jednostkowe Q=3,5 MPa (statyczny moment obrotowy wału zębnika M=493 Nm). Odchyłki losowe podziałki w przypadku zębnika i koła wynosiły 4,5  $\mu$ m (co odpowiadało 28%  $u_{stat}$ ), natomiast okresowe odchyłki zarysu – odpowiednio -7 i 7  $\mu$ m (44%  $u_{stat}$ ).

	Tablica
Parametry kół zębatych przekładni badanej stanowiska FZG	
Liczba zębów zębnika, <i>z1</i> [-]	19
Liczba zębów koła, <i>z</i> <sub>2</sub> [-]	30
Kąt pochylenia linii zęba, $\beta$ [°]	15
Współczynnik przesunięcia zarysu zębnika, x1 [-]	0,500
Współczynnik przesunięcia zarysu koła, x2 [-]	0,295
Moduł nominalny, <i>m<sub>n</sub></i> [ <i>mm</i> ]	3,5
Nominalny kąt przyporu, $\alpha_0$ [°]	20
Odległość osi współpracujących kół, <i>a<sub>w</sub> [mm]</i>	91,5
Szerokość zazębienia, b [mm]	56
Wskaźnik zazębienia, $\varepsilon_{\alpha}$ [-]	1,36

Obliczenia wykonano dla dwóch modelowanych przypadków uszkodzeń. Symulowano pracę przekładni:

- z wykruszonym zębem zębnika skrócenie głowy zęba wynosiło kolejno 0,5, 1 oraz 1,5 mm i wywoływało lokalne zmniejszenie wartości wskaźnika przyporu (rys. 3);
- z częściowym wyłamaniem zębnika (na szerokości 25, 33 i 40% całkowitej szerokości koła *b*).



 $\varepsilon_{\alpha}=1,36$  [-]  $\varepsilon_{\alpha}=1,28$  [-]  $\varepsilon_{\alpha}=1,20$  [-]  $\varepsilon_{\alpha}=1,11$  [-] Rys. 3. Poglądowe przedstawienie kolejnych badanych faz wykruszenia wierzchołka zęba zębnika Fig. 3. Studied stages of chipped tooth of pinion

# 4. WYNIKI BADAŃ

Analizom poddano sygnały prędkości drgań w łożyskach wału zębnika oraz wału koła przekładni badanej stanowiska FZG. Do analiz wykorzystano transformatę Wignera-Ville'a z oknem filtracyjnym Choi-Williamsa oraz ciągłą transformatę falkową.

Transformata Wignera – Ville'a opisana jest zależnością:

$$WVD(f,t) = \int x^* (t-\frac{\tau}{2}) x(t+\frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi f t} e^{-\left(\frac{j\tau}{\sigma}\right)} d\tau ,$$

 $\langle c \rangle^2$ 

gdzie:

 $x^{*}(t)$  – sygnał urojony sprzężony z x(t),

*t* – przesunięcie w dziedzinie czasu,

Tablica 1

*f* – przesunięcie w dziedzinie częstotliwości.



- Rys. 4. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a oraz rozkład współczynników falkowych (falka CWT db4) prędkości drgań wału zębnika w przypadku kół bez uszkodzeń
  Fig. 4. Wigner-Ville distribution and wavelet coefficient distribution of pinion shaft velocity gears
- Fig. 4. Wigner-Ville distribution and wavelet coefficient distribution of pinion shaft velocity gears without faults



- Rys. 5. Czasowo częstotliwościowe rozkłady Wignera Ville'a oraz rozkłady współczynników falkowych (falka CWT db4) prędkości drgań wału zębnika w przypadku wykruszenia wierzchołka zębnika o: a) 0,5 mm, b) 1,0 mm, c) 1,5 mm
- Fig. 5. Wigner-Ville distribution and wavelet coefficient distribution of pinion shaft velocity chipped tooth: a) 0,5 mm, b) 1,0 mm, c) 1,5 mm

Ciągła transformata falkowa funkcji o skończonej energii  $x(t) \in L^2(R)$  jest zdefiniowana następująco:

$$W_{x}(a,b) = \langle x(t), \psi_{a,b}(t) \rangle = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi \frac{(t-b)}{a} dt \qquad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

W przypadku sprawnej przekładni rozkład czasowo-częstotliwościowy WV oraz rozkład współczynników falkowych (falka CWT db4) sygnału resztkowego [2,4] prędkości drgań wału zębnika przedstawia rysunek 4. Wpływ wykruszenia zęba zębnika w kolejnych stadiach rozwoju przedstawiony został na rysunku 5, natomiast częściowego wyłamania zęba zębnika na rysunku 6.

a)



- Rys. 6. Czasowo częstotliwościowy rozkład Wignera Ville'a oraz rozkład współczynników falkowych (falka CWT db4) prędkości drgań wału zębnika w przypadku wyłamania zęba na szerokości: a) 25% *b*, b) 33% *b*, c) 40% *b*
- Fig. 6. Wigner-Ville distribution and wavelet coefficient distribution of pinion shaft velocity partial breaking off of tooth: a) 25% b, b) 33% b, c) 40% b

#### 5. PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonych badań wynika, że lokalne uszkodzenia kół zębatych wpływają na zmiany rozkładu częstotliwościowego energii sygnału.

Zarówno w przypadku występowania wykruszenia wierzchołka czy też wyłamania zęba widoczne są wyraźnie impulsy w czasie wejścia w przypór uszkodzonych zębów. Ze względu na występowanie odchyłek zazębienia wykrycie uszkodzenia w początkowych stadiach rozwoju może okazać się niemożliwe. W celu poprawy pewności diagnozy konieczne jest stosowanie zaawansowanych technik przetwarzania sygnałów, takich jak przedstawione w badaniach analizy WV i falkowe przeprowadzane na sygnale resztkowym. W przypadku wyników uzyskanych z badań laboratoryjnych zaawansowane analizy powinno poprzedzić uśrednianie synchroniczne sygnału.

# Bibliografia

- 1. Cempel C.: Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa 1982.
- 2. Figlus T.: Metoda drganiowa diagnozowania stanu kół zębatych w przypadkach zużycia i uszkodzeń łożysk tocznych przekładni. Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska, Katowice 2005.
- 3. Krzemiński Freda H.: Łożyska toczne. Warszawa, PWN 1985
- 4. Łazarz B.: Modelowanie lokalnych uszkodzeń kół zębatych do celów diagnostycznych. Diagnostyka '26.
- 5. Łazarz B., Peruń G.: Model dynamiczny stanowiska do badań przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 2006. Seria: Transport, z. 63.
- Łazarz B., Peruń G.: Modelowanie łożysk tocznych w układach napędowych z przekładnią zębatą. Materiały XXXV Jubileuszowego Ogólnopolskiego Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka 03÷08.03.2008 r.
- 7. Łazarz B., Peruń G., Bucki S.: Application of the Finite-Element Method for determining the stiffness of rolling bearings. Problemy Transportu. Tom 3, zeszyt 3. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2008.
- 8. McFadden P.D., Smith J. D.: Model for vibration produced by single point defect in a rolling element bearing. Journal of Sound and Vibration 1984, 96 (1)
- 9. Müller L.: Przekładnie zębate. Dynamika. Warszawa, WNT 1986
- Peruń G., Bucki S.: Zastosowanie metody elementów skończonych do modelowania układu bieżnia wewnętrzna łożyska - element toczny - bieżni zewnętrzna. VII Międzynarodowe Seminarium Degradacji Systemów Technicznych, Liptovsky Mikulas 26÷29.03.2008 r.
- 11. SKF Katalog główny. SKF, 2007.
- Smolnicki T., Rusiński E., Malcher K.: Modele dyskretne łożysk wieńcowych w maszynach podstawowych górnictwa odkrywkowego. III Konwersatorium Bezpieczeństwo oraz degradacja maszyn, Wrocław – Szklarska Poręba, 1997.
- 13. Wilk A., Łazarz B., Madej H.: Wibroakustyczne symptomy uszkodzeń kół i łożysk tocznych przekładni zębatej. Szybkobieżne Pojazdy Gąsienicowe nr 1. OBRUM, Gliwice 2004.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

Praca wykonana w ramach projektu BK-296/RT2/2008