

Paweł ROMANOWICZ¹, Bogdan SZYBIŃSKI²

NUMERYCZNE I ANALITYCZNE ZAGADNIENIA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ ŁOŻYSK TOCZNYCH

Streszczenie. Celem artykułu jest opracowanie algorytmu służącego do oceny trwałości zmęczeniowej typowych łożysk tocznych. Proponowane podejście wykorzystuje uznane hipotezy wieloosiowego zmęczenia materiału stosowane w obliczeniach inżynierskich. W pierwszej części pracy porównano rozwiązania teoretyczne i numeryczne wybranych problemów kontaktowych charakterystycznych dla współpracy elementów tocznych w łożyskach tocznych. Rozwiązania numeryczne zostały uzyskane za pomocą systemu MES ANSYS. Następnie podano propozycję algorytmu służącego do oszacowania trwałości zmęczeniowej. Oszacowane na podstawie proponowanego algorytmu wartości trwałości zmęczeniowej porównano z wartościami podanymi w katalogu łożysk.

Słowa kluczowe: zmęczenie, zagadnienia kontaktowe, łożyska toczne, metoda elementów skończonych (MES)

NUMERICAL AND ANALYTICAL PROBLEMS OF FATIGUE STRENGTH IN ROLLING BEARINGS

Summary. The aim of the work is to create an algorithm of fatigue life prediction for typical rolling bearings. The proposed approach makes use of various, well established hypothesis for multiaxial fatigue applied in engineering calculations. In the first part of the work the theoretical solutions for different contact problems are compared with the numerical ones. The respective numerical results are obtained with the use of finite element modelling (ANSYS software). Then, an algorithm for fatigue life prediction is demonstrated. The results of the proposed analysis are compared with those given in rolling bearings catalogue.

Keywords: fatigue, contact problems, rolling bearings, finite element method

1. WSTĘP – ZAGADNIENIA ZMĘCZENIOWE W ŁOŻYSKACH TOCZNYCH

Na ogół zmęczeniowa trwałość łożysk tocznych jest wyznaczana za pomocą znanego wzoru sformułowanego w latach 50. ubiegłego wieku przez Lundberga i Palmgrena [7, 8]:

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^k \quad (1)$$

¹ Mechanical Department, Cracow University of Technology, Kraków, Poland, e-mail: promek@mech.pk.edu.pl

² Mechanical Department, Cracow University of Technology, Kraków, Poland, e-mail: boszyb@mech.pk.edu.pl

gdzie:

L – trwałość wyrażona w [mln cykli],

C – nośność ruchowa danego łożyska [N],

P – obciążenie zastępcze łożyska [N],

k – wykładnik równy 10/3 dla łożysk wałeczkowych oraz 3 dla łożysk kulkowych.

Wzór (1) został opracowany na podstawie wieloletnich badań eksperymentalnych i jest wykorzystywany w projektowaniu inżynierskim. Na jego podstawie można szacować liczbę cykli L do określonego z prawdopodobieństwem 90% zniszczenia zmęczeniowego łożyska dla określonego łożyska i danego układu zastępczych obciążeń zewnętrznych P lub poszukiwać wymaganej nośności ruchowej łożyska C dla założonej w eksploatacji liczby cykli L oraz zadanego układu obciążeń zastępczych P .

Z uwagi na szczególne wymagania eksploatacyjne i konstrukcyjne oraz zmienność warunków pracy (np. zmienność obciążeń czy też prędkości obrotowej łożyska itd.) w praktycznych zastosowaniach na trwałość łożysk wpływa wiele innych czynników i formuła (1) jest modyfikowana za pomocą wprowadzenia dodatkowych współczynników [5]. Zasadniczą wadą podanego podejścia jest konieczność przeprowadzania powtarzanych wielokrotnie badań eksperymentalnych w celu określenia podawanej w katalogach nośności ruchowej łożysk C . Pojawia się zatem pytanie o możliwość wprowadzenia innych sposobów wiarygodnego oszacowania trwałości łożysk wykorzystujących parametry geometryczne łożyska oraz zadany układ obciążeń.

Charakter współpracy elementów tocznych w łożysku – mała strefa przenoszenia obciążeń pomiędzy pojedynczym elementem tocznym a bieżnią oraz cykliczne toczenie elementów tocznych po bieżniach – powoduje, że problem współpracy należy traktować co najmniej jako zagadnienie kontaktowe i zmęczeniowe. W zależności od typu łożyska typowy obszar kontaktu ma kształt eliptyczny bądź liniowy i można podać teoretyczne wzory opisujące rozkłady naprężeń w strefie podpowierzchniowej w obrębie kontaktu oraz zidentyfikować strefy zagrożone uszkodzeniem zmęczeniowym [5, 6, 10, 13]. Uzyskane wyniki teoretyczne są słuszne w zakresie przyjętych założeń upraszczających, m.in. w modelach teoretycznych nie uwzględnia się działania sił stycznych w kontakcie, a strefy kontaktu i odkształcenia powinny być małe w stosunku do współpracujących elementów. W tej sytuacji pomocne okazują się rozwiązania numeryczne otrzymane za pomocą np. metody elementów skończonych, które pozwalają na osłabienie części przyjętych założeń. Znajomość rozkładów naprężeń w zagrożonych strefach podpowierzchniowych bieżni łożyska pozwala z kolei wykorzystać hipotezy wysokocyklowego zmęczenia w stanie wieloosiowym [9, 12] w celu oszacowania trwałości zmęczeniowej [9]. Sformułowane oraz zweryfikowane doświadczalnie i numerycznie hipotezy wieloosiowego zmęczenia wysokocyklowego w większości przypadków bazują na wynikach dwóch standardowych testów zmęczeniowych, tj:

- zmęczeniowego zginania w cyklu wahadłowym (Z_{go}),

- zmęczeniowego skręcania w cyklu wahadłowym (Z_{so}).

Podano wiele hipotez wieloosiowego zmęczenia dla różnych materiałów i różnych kombinacji obciążeń. Największą trudnością jest dobór adekwatnej hipotezy zmęczeniowej do oszacowania poziomu zmęczeniowego wyętwienia analizowanego obiektu [12]. Wiele zagadnień kontaktu tocznego było analizowanych za pomocą hipotezy Papadopoulosa [2, 9]. Kryterium to daje najbardziej konserwatywne oszacowanie poziomu zmęczeniowego wyętwienia spośród hipotez wykorzystywanych w analizie zagadnień kontaktu tocznego [12]. Wykazuje ono dobrą zgodność z wynikami doświadczalnymi dla próbek wykonanych z utwardzanych stali obciążanych w eksperymentach symulujących złożony i nieproporcjonalny stan naprężenia występujący w kontakcie tocznym [2]. W sformułowaniu hipotezy Papadopoulosa wykorzystuje się całkowite uśrednienie amplitudy naprężenia

ściskającego $\langle T_a \rangle$ we wszystkich możliwych położeniach płaszczyzny krytycznej naprężeń oraz maksymalną wartość naprężenia 1. tensora naprężeń $\sigma_{H,\max}$ w formie jak niżej:

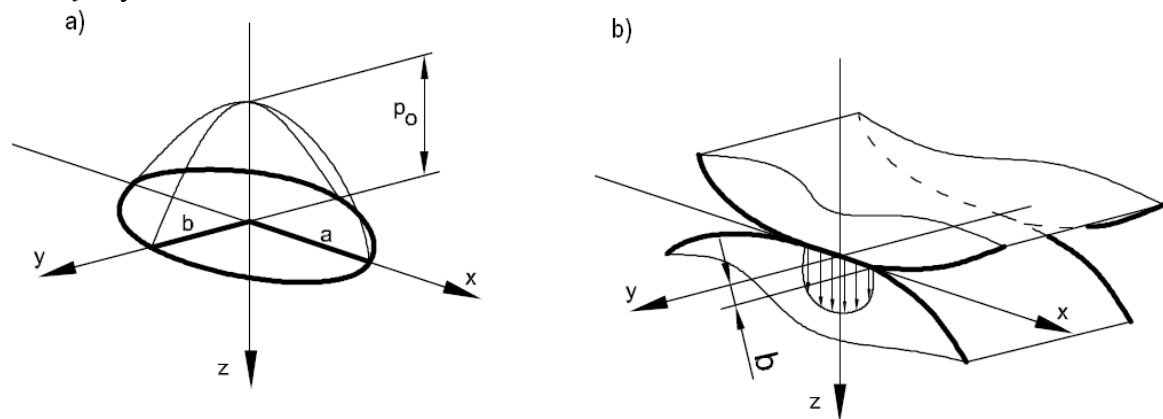
$$\tau_{P1} = \sqrt{(\langle T_a \rangle)^2 + \left(\frac{3Z_{so}}{Z_{go}} - \sqrt{3} \right) \cdot \sigma_{H,\max}} \leq Z_{so} \quad (2)$$

Inne modele przeznaczone m.in. do wyznaczenia trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych można znaleźć w pracy [14].

2. ANALITYCZNE ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIŃ KONTAKTOWYCH

Modele matematyczne stosowane w celach analizy zagadnień kontaktowych opierają się na teorii Hertza [6]. Przy założeniu warunków idealnej sprężystości ciał oraz przy pominięciu zagadnień związanych z tarcie istnieje możliwość wyznaczenia rozkładów naprężeń kontaktowych oraz powierzchniowych. Dodatkowe założenia, które muszą zostać spełnione, są podane w pracy [6]. W zagadnieniach związanych z projektowaniem i budową maszyn należy wyróżnić dwa rodzaje kontaktu:

- kontakt kołowy lub eliptyczny (rys. 1a), występujący np. w łożyskach stożkowych, między kołem jezdnym a szyną z zaokrągloną główką, w walcach o osiach wzajemnie prostopadłych oraz łożyskach kulkowych, w których biegnia ma rowek o innym kształcie niż element toczny,
- kontakt liniowy (rys. 1b), występujący w łożyskach walcowych oraz w zazębieniu pomiędzy kołami zębatymi.



Rys. 1. Podstawowe rodzaje kontaktu z przyjętymi układami współrzędnych
 Fig. 1. Principal contact types with introduced local coordinate systems

W przypadku kontaktu eliptycznego rozkład nacisków kontaktowych można wyznaczyć z zależności (3):

$$p(x, y) = p_o \left(1 - x^2/a^2 - y^2/b^2 \right), \quad |x| \leq a, \quad |y| \leq b, \quad (3)$$

Maksymalne naciski kontaktowe p_o występujące w centralnej części obszaru kontaktu wynoszą $p_o = 1,5F/(\pi a \cdot b)$, gdzie F to siła ściskająca ciała będące we wzajemnym kontakcie. Półosie elipsy kontaktu można wyznaczyć ze wzorów:

$$a = m \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \frac{F(k_1 + k_2)}{A+B}}; \quad b = n \cdot \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \frac{F(k_1 + k_2)}{A+B}}, \quad k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi \cdot E_i}; \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

gdzie:

A, B – współczynniki zależne od warunków kontaktu [6],

ν – współczynnik Poissona,

E – moduł Younga.

Wartości współczynników m oraz n zostały podane w formie tabelaryzowanej w pracy [3]

z dokładnością co 1° dla zakresu $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{B-A}{A+B}\right) \in \langle 1^\circ; 90^\circ \rangle$. W celu przeprowadzenia

obliczeń numerycznych współczynniki m, n winny mieć ciągły charakter, dlatego zaproponowano następujące funkcje aproksymujące dla obu współczynników:

$$m^{-1} = -0.072576 \cdot \theta^4 + 0.306757 \cdot \theta^3 - 0.425848 \cdot \theta^2 + 0.817353 \cdot \theta + 0.018040 \quad (5)$$

$$n = -0.640562 \cdot \theta^6 + 3.471455 \cdot \theta^5 - 7.405219 \cdot \theta^4 + 7.984778 \cdot \theta^3 - 4.592703 \cdot \theta^2 + 1.771294 \cdot \theta + 0.108768 \quad (6)$$

Funkcje (5) i (6) dają wysoką i wystarczającą zgodność z wartościami podanymi w pracy [3] dla pełnego zakresu kąta θ .

W przypadku kontaktu eliptycznego rozwiązania analityczne mają bardziej złożony charakter niż dla kontaktu liniowego. Jeśli znany jest rozkład nacisków w strefie kontaktu oraz słuszne są założenia Hertza, można analitycznie wyliczyć wartości naprężeń w dowolnym punkcie pod powierzchnią strefy kontaktu. Pierwsze rozwiązania analityczne dla rozkładów naprężeń zostały zaprezentowane przez Bielajeva w 1924 roku oraz Thomasa i Hoerscha w 1930 roku [13]. Autorzy podali rozwiązania dla składowych naprężeń podpowierzchniowych na osiach symetrii strefy kontaktu, wykorzystując całki eliptyczne. Rozkłady naprężeń dla składowych naprężenia pod powierzchnią całej strefy kontaktu określili Sackfield i Hill w 1983 roku [13]. Formuły te mają następującą postać:

$$\begin{cases} \tau_{xz} = -p_o \cdot k \cdot x_a \cdot z_a \cdot L / (1 + s^2), \\ \tau_{yz} = -p_o \cdot k \cdot y_a \cdot z_a \cdot L / (k^2 + s^2), \\ \sigma_{zz} = -p_o \cdot k \cdot z_a^2 \cdot L / s^2 \end{cases} \quad (7)$$

gdzie: $x_a = x/a$, $y_a = y/a$, $z_a = z/a$, $s^2 = \gamma/a^2$, $k = b/a$, a γ jest największym pierwiastkiem równania:

$$1 - x^2/(a^2 + \gamma) - y^2/(b^2 + \gamma) - z^2/\gamma = 0, \quad (8)$$

oraz

$$L = z_a / \left[s^3 H \sqrt{(1 + s^2)(k^2 + s^2)} \right], \quad (9)$$

$$H = \left(\frac{x_a}{1 + s^2} \right)^2 + \left(\frac{y_a}{k^2 + s^2} \right)^2 + \left(\frac{z_a}{s^2} \right)^2. \quad (10)$$

Pozostałe składowe stanu naprężenia w strefie podpowierzchniowej w rejonie kontaktu wyrażają się następująco:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \left(\frac{\nu}{\pi}\right)\phi_3 - \left(\frac{1-2\nu}{2\pi}\right)\chi_{11} - \frac{1}{2\pi}z_a \cdot \phi_{11} \\ \sigma_{yy} = \left(\frac{\nu}{\pi}\right)\phi_3 - \left(\frac{1-2\nu}{2\pi}\right)\chi_{22} - \frac{1}{2\pi}z_a \cdot \phi_{22}, \\ \tau_{xy} = -\left(\frac{1-2\nu}{2\pi}\right)\chi_{12} - \frac{1}{2\pi}z_a \cdot \phi_{12} \end{cases} \quad (11)$$

W układzie równań (11) funkcje ϕ_{ij} , ϕ_3 , χ_{ij} mają dość złożoną postać i są podane w pracy [13].

Analitycznie określone rozkłady naprężeń w strefie kontaktu liniowego [10] opierają się na rozwiązaniu Bielajewa z 1924 roku dotyczącym problemu dociskania dwóch walców o osiach równoległych i o nieskończonej długości, a wyrażają się one wzorem (12):

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{2q}{\pi \cdot b} e^{-\alpha} \sin(\beta) + \frac{2q}{\pi \cdot b} \sin(\beta) \cdot \sinh(\alpha) \left(1 - \frac{\sinh(2\alpha)}{\cosh(2\alpha) - \cos(2\beta)}\right) \\ \sigma_y = -\frac{2q}{\pi \cdot b} \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-\alpha} \sin(\beta) \\ \sigma_z = -\frac{2q}{\pi \cdot b} e^{-\alpha} \sin(\beta) - \frac{2q}{\pi \cdot b} \sin(\beta) \cdot \sinh(\alpha) \left(1 - \frac{\sinh(2\alpha)}{\cosh(2\alpha) - \cos(2\beta)}\right) \\ \tau_{xz} = -\frac{2q}{\pi \cdot b} \sinh(\alpha) \sin(\beta) \frac{\sin(2\beta)}{\cosh(2\alpha) - \cos(2\beta)} \\ \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

W równaniach (12) q jest ciągłym obciążeniem przypadającym na jednostkę długości walców, λ oraz μ są stałymi Lamé, natomiast współrzędne x oraz z wyrażają się przez wzory transformacyjne i zależą od α i β następująco (rys. 1b):

$$\begin{cases} x = b \cdot \cosh(\alpha) \cdot \cos(\beta) \\ z = b \cdot \sinh(\alpha) \cdot \sin(\beta) \end{cases} \quad (13)$$

Bardziej złożone przypadki kontaktu liniowego oraz inne metody wyznaczenia naprężeń w strefie kontaktu i obszarze przylegającym można znaleźć w pracy [10].

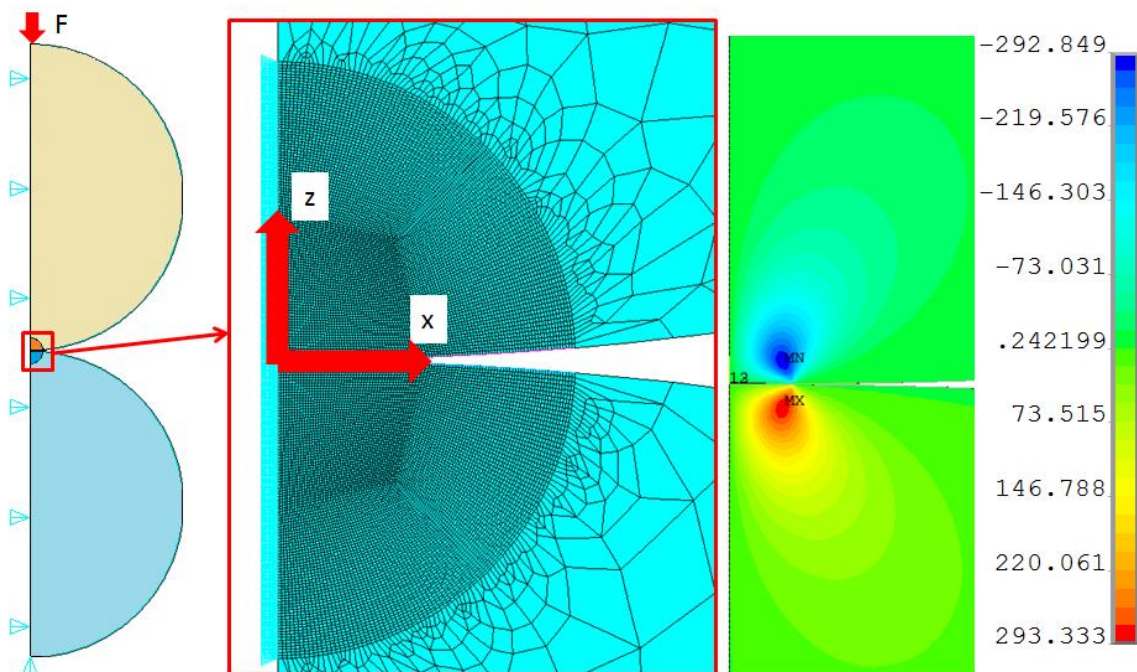
3. NUMERYCZNA WERYFIKACJA MODELI MATEMATYCZNYCH

Weryfikacja przedstawionych modeli matematycznych została wykonana na podstawie rozwiązań numerycznych dla dwóch typowych zagadnień kontaktowych typu Hertza – kontaktu kołowego i kontaktu liniowego. W pierwszym przypadku zamodelowano dwie identyczne kule (rys. 2), wykonane z tego samego materiału oraz o tej samej geometrii. Uzyskane wartości naprężeń w wybranych punktach posłużyły do weryfikacji algorytmu zaproponowanego do analizy kontaktu eliptycznego i kołowego. Siatkę elementów skończonych oraz przyjęte w modelu numerycznym warunki brzegowe również przedstawiono na rys. 2. Obliczenia wykonano przy użyciu osiowo-symetrycznych elementów wyższego rzędu.

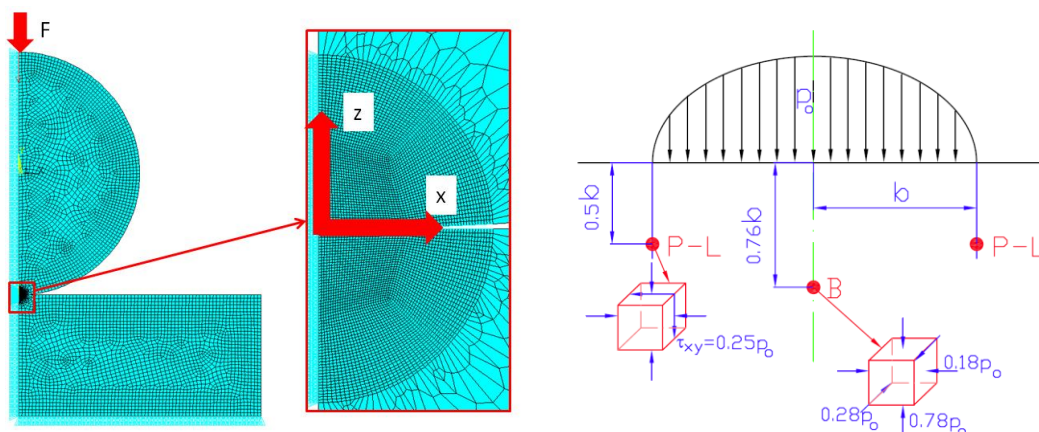
W procesie zmęczenia elementów pracujących w warunkach wzajemnego kontaktu tocznego istotny wpływ na poziom wyężenia ma amplituda naprężenia ścinającego. Antysymetryczny rozkład tego naprężenia τ_{xz} (tzw. butterfly effect) jest widoczny na rys. 2. Prezentowane naprężenie osiąga ekstremalne wartości w punktach Palmgrena-Lundberga (P-L). W przypadku kontaktu tocznego bez tarcia bezwzględne wartości ekstremalnych naprężeń τ_{xz} są sobie równe. Ponadto podczas toczenia na promieniu wyznaczonym punktami P-L występuje również maksymalna amplituda naprężenia ścinającego.

Weryfikację algorytmu do analizy kontaktu liniowego wykonano, opierając się na wynikach uzyskanych z obliczeń numerycznych dla kontaktu idealnie sprężystego walca ze sztywną płaszczyzną. Ze względu na symetrię zamodelowano połowę modelu, a obliczenia 2D wykonano przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia. Maksymalne wyężenie H-M-H występuje na pewnej głębokości pod powierzchnią kontaktu w punkcie Bielajewa (B) (rys. 3). Punkt ten jest potencjalnym miejscem inicjacji podpowierzchniowych pęknięć zmęczeniowych w przypadku statycznego kontaktu ciał obciążonych cyklicznie zmiennymi siłami, natomiast w przypadku kontaktu tocznego (w tym również tarcia tocznego) do inicjacji pęknięć zmęczeniowych częściej dochodzi w pobliżu punktów P-L, w których występuje maksymalna amplituda naprężenia ścinającego.

Obie analizy numeryczne wykonano przy użyciu metody elementów skończonych [1]. W celu uzyskania dokładnego rozwiązania w obszarach kontaktu zastosowano nieregularną siatkę z silnym zagęszczeniem elementów o regularnym kształcie. W obliczeniach użyto elementów wyższego rzędu oraz trzywęzłowych elementów kontaktowych.



Rys. 2. Model numeryczny kontaktu dwóch kul oraz warstwie naprężen ścinających τ_{xz} (w [MPa])
 Fig. 2. The model of two compressed balls, and the shear stress τ_{xz} distribution (stress in [MPa])



Rys. 3. Model kontaktu walca z płaszczyzną oraz położenie najbardziej wyężonych punktów pod powierzchnią kontaktu w przypadku kontaktu dwóch nieskończonych walców

Fig. 3. Model of contact of cylinder with flat plane and location of the most dangerous points below contact surface in case of two infinite cylinder pressed together

Zbieżność modeli teoretycznych analizowano, porównując wartości obliczonych naprężeń z wartościami uzyskanymi przy użyciu metody elementów skończonych. Dla każdego z modeli wybrano po 4 punkty znajdujące się w strefie wysokich gradientów naprężeń. Jednym z nich był punkt Palmgren-Lundberga, w którym występuje maksymalne naprężenie ścinające. Błąd rozwiązania zdefiniowano następująco:

$$\Delta\sigma_i^{ERR} = \left| \frac{\sigma_i^{teoretyczn} - \sigma_i^{MES}}{\sigma_i^{MES}} \right| \cdot 100\% \quad (14)$$

Uzyskane wyniki dla kontaktu kołowego oraz liniowego zestawiono w tabeli. 1. Położenie punktów zdefiniowano zgodnie z układami współrzędnych przedstawionymi na rys. 1. Błąd pomiędzy rozwiązaniem teoretycznym a numerycznym w obu analizowanych przypadkach nie przekraczał wartości 3%.

Tabela 1

Wartości błędów rozwiązania w wybranych punktach obliczone wg (14) dla poszczególnych składowych tensora naprężenia

Położenie punktu w [mm]			$\Delta\sigma_x^{ERR}$	$\Delta\sigma_y^{ERR}$	$\Delta\sigma_z^{ERR}$	$\Delta\tau_{xz}^{ERR}$	uwagi	model
x	y	z	[%]	[%]	[%]	[%]		
1.62	0	0.63	1.0	1.3	5E-2	0.9		Kontakt kołowy (dwie ściskane kule) a = b = 1.85 [mm] p ₀ = 1362 [MPa]
0.98	0	0.48	0.4	0.6	0.2	6E-2		
0	0	1.33	1.0	1.4	0.2	-		
1.48	0	2.66	2.1	-	0.4	0.4	Punkt (P-L)	
6.43	0	3.53	2.0	1E-4	2E-3	2E-3		Kontakt liniowy (walca z płaszczyzną) b ≈ 6 [mm] p ₀ = 1000 [MPa]
0.33	0	0.99	2.0	2.2E-3	9E-4	2.02		
11.36	0	10.09	0.06	0.03	2E-3	8E-4		
5.29	0	3.02	2.4	0.7	0.4	0.1	Punkt (P-L)	

4. ZASTOSOWANIE METOD ANALITYCZNYCH W OBLICZENIACH ZMĘCZENIA ŁOŻYSK TOCZNYCH

Otrzymane wartości błędu rozwiązania pozwalają stwierdzić dużą dokładność przyjętych modeli matematycznych. Z tego powodu mogą one być zastosowane do analizy zmęczenia tocznego elementów maszyn pracujących w warunkach wzajemnego kontaktu tocznego liniowego i eliptycznego. Proponowana procedura (wykorzystanie wzorów analitycznych w połączeniu z odpowiednią hipotezą zmęczenia wieloosiowego) w wielu przypadkach umożliwi relatywnie szybkie obliczenia pełnego tensora naprężeń podpowierzchniowych w dowolnym punkcie pod obszarem kontaktu bez konieczności korzystania z oprogramowania opartego np. na metodzie elementów skończonych. W celu określenia poziomu wyęczenia zmęczeniowego oraz/lub miejsc inicjacji potencjalnych pęknięć zmęczeniowych za pomocą tych modeli wymagane są tylko: promienie krzywizn ciał będących we wzajemnym kontakcie, obciążenie oraz własności zmęczeniowe materiału, z którego wykonane są ciała pozostające w kontakcie (Z_{so} , Z_{go}).

Należy jednak zauważyć, że przedstawione modele nie uwzględniają wpływu efektów cieńnych, poślizgów oraz smarowania na rozkłady naprężeń podpowierzchniowych. Tarcie w łożyskach tocznych może być spowodowane różnymi czynnikami. Najistotniejszy wpływ na opory cierne mają m.in. histereza odkształceń, tarcie w ośrodku smarnym, poślizgi oraz mikropoślizgi w strefie kontaktu, poślizgi między elementami tocznymi a koszykiem lub uszczelnieniem łożyska. Jednakże współczynniki tarcia tocznego w łożyskach są bardzo małe i przyjmują w typowych łożyskach wartości z zakresu od $\mu = 10 \cdot 10^{-4}$ dla kulkowych łożysk promieniowych do $\mu = 40 \cdot 10^{-4}$ dla łożysk walcowych wzdłużnych [5].

Zjawiska związane z poślizgami (mikropoślizgami) między elementami tocznymi a bieżniami są zwykle skutkiem różnic w prędkościach obwodowych tych elementów mierzonych wzdłuż linii kontaktu. Wartości prędkości poślizgu zależą od odległości danego punktu od osi łożyska i od promieni krzywizn elementów będących we wzajemnym kontakcie. Należy również zauważyć, że zmienne w czasie wartości mikropoślizgów występujące w obszarze współpracy elementów tocznych i bieżni mogą prowadzić do zniszczenia powierzchniowego na skutek korozji ciernej (tzw. fretting failure). Bardziej szczegółową analizę zjawisk związanych z mikropoślizgami przedstawiono w pracy [6]. Powyższe zjawisko nie ma jednak istotnego wpływu na inicjację zmęczeniowych pęknięć podpowierzchniowych.

W przypadku łożysk wzdłużnych (kulkowych i walcowych) siłę działającą na jeden element toczny można oszacować z zależności (15):

$$Q = \frac{F_a}{i \cdot Z \cdot \sin(\alpha)}, \quad (15)$$

gdzie:

F_a – osiowe obciążenie łożyska,

i – liczba rzędów elementów tocznych,

Z – liczba elementów tocznych w jednym rzędzie łożyska,

α – kąt między składową osiową a promieniową obciążenia łożyska.

Natomiast dla poprzecznych łożysk kulkowych najbardziej wyęczony element toczny przenosi siłę promieniową, którą można określić z następującej zależności:

$$Q_{\max} = \frac{F_r \cdot A_{n(\text{line, point})}}{i \cdot Z \cdot \cos(\alpha)}, \quad (16)$$

gdzie:

$A_{n(\text{line})}$ – współczynnik maksymalnego obciążenia dla łożyska kulkowego,

$A_{n(\text{point})}$ – współczynnik maksymalnego obciążenia dla łożyska walcowego.

Wartości powyższych współczynników są podane w pracy [5]. Zazwyczaj w przypadku braku luzów promieniowych w łożysku przyjmuje się następujące wartości: $A_{n(\text{line})} = 4$ oraz $A_{n(\text{point})} = 5$ [4]. Dokładne wartości tych współczynników można wyznaczyć uwzględniając luzy w łożysku oraz całkowite odkształcenia sprężyste elementów łożyska. Rozwiązania dla łożysk kulkowych i walcowych zostały podane w pracy [4].

5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony algorytm postępowania dla kontaktu eliptycznego oraz liniowego wykorzystano do obliczeń poziomu wyężenia zmęczeniowego wybranych łożysk tocznych. Analizę zmęczeniową wykonano natomiast przy użyciu przedstawionej w pracy hipotezy Papadopoulosa [9]. W analizie niezbędne były: promień krzywizn elementów tocznych oraz bieżni, obciążenie najbardziej wyężonego elementu tocznego, długość kontaktu, a także własności materiałowe (moduł Younga, współczynnik Poissona i granice zmęczenia Z_{so} oraz Z_{s0}).

Maksymalne obciążenia zmęczeniowe oraz współczynniki bezpieczeństwa zmęczeniowego $x_z = \frac{Z_{so}}{\tau_{P1, \max}}$ dla zmęczeniowego obciążenia katalogowego (F_u) obliczono

dla łożysk wykonanych ze stali łożyskowej X105CrMo17. Najważniejsze informacje dotyczące wybranych łożysk podano w tabeli 2. Podstawowe wymiary (d – średnica wewnętrzna, D – średnica zewnętrzna, H – szerokość łożyska), nośność ruchową C i spoczynkową C_0 , a także graniczne obciążenie zmęczeniowe F_u odczytano z tabel podanych przez producenta (SKF).

Tabela 2

Porównanie obliczonych obciążeń zmęczeniowych za pomocą zaproponowanej procedury z wartościami obciążenia zmęczeniowego podawanego przez producenta

Oznaczenie	Podstawowe wymiary			Nośność		Granica obciążenia zmęczeniowego	x_z	Obliczone obc. zmęczeniowe	Typ łożyska
	d [mm]	D [mm]	H [mm]	C [kN]	C_0 [kN]				
81110 TN	50	70	14	47.5	166	16.6	1.05	18.2	Walcowe wzdłużne
NUP 204 ECP	20	47	14	25.1	22	2.75	1.01	2.76	walcowe $A_n = 4$
293/1600 EF	1600	2280	408	36800	200000	11800	1.04	12900	Baryłkowe wzdłużne

Jako granicę zmęczenia dla materiału, z którego są wykonane łożyska, przyjęto $Z_{so} = 427$ MPa oraz $Z_{go} = 712$ [MPa] [11], co odpowiada $10^7 \div 10^8$ cykli naprężenia do zniszczenia. W przypadku łożysk walcowych zmęczeniowy współczynnik bezpieczeństwa obliczono, zakładając kontakt na 80% długości elementu tocznego. Założenie to jest związane z kształtem walcowego elementu tocznego [4]. W przypadku baryłkowego łożyska wzdłużnego obliczenia współczynnika x_z wykonano dla optymalnego promienia elementu tocznego. Szczegóły dotyczące optymalizacji tego promienia oraz obliczeń wykonanych przy użyciu MES przedstawiono w pracy [11].

Dla wybranych łożysk wyznaczono również graniczne obciążenie zmęczeniowe określone na podstawie hipotezy Papadopoulosa. Otrzymane wartości granicznych obciążeń zmęczeniowych w badanych łożyskach wyznaczone za pomocą zaproponowanej metodologii są zgodne z informacjami podawanymi przez producenta. Należy jednak zauważyć, że główną zaletą proponowanej metody jest pominięcie kosztownych i czasochłonnych zmęczeniowych badań doświadczalnych, wielokrotnie powtarzanych dla konkretnych łożysk.

Podsumowując, można stwierdzić, że zaproponowany algorytm z zastosowaniem teoretycznych modeli opierających się na teorii Hertza oraz wieloosiowych hipotez zmęczenia wysokocyklowego pozwala na relatywnie szybką analizę, pozwalającą określić zmęczeniowy współczynnik bezpieczeństwa lub graniczne obciążenie zmęczeniowe dla różnych rodzajów łożysk tocznych. Ponadto zastosowanie hipotez wieloosiowego zmęczenia wysokocyklowego umożliwia szczegółową analizę zjawisk występujących wskutek cyklicznego toczenia elementów po bieżniach.

Bibliografia

1. ANSYS, ver.12, Swanson Analysis Systems, 2010.
2. Bernasconi A., Filippini M., Foletti S., Vaudo D.: Multiaxial fatigue of a railway steel under non-proportional loading, *International Journal of Fatigue*, No. 28, 2006, p. 663-672.
3. Cooper D.H.: Tables of Hertzian contact-stress coefficients, University of Illinois, Report R-387, 1968.
4. Hamrock B.J., Anderson W. J.: Rolling-element bearings, Nasa Reference Publication, No. 1105, 1983.
5. Krzeminski-Freda H.: Łożyska toczne, PWN, Warszawa 1989.
6. Johnson K.L.: Contact mechanics, Cambridge University Press, 2004.
7. Lundberg G., Palmgren A.: Dynamic Capacity of Rolling Bearings, *Acta Polytech. Scand., Mech. Eng. Ser.*, Vol. 1, (3), 1947, p. 1-52.
8. Lundberg G., Palmgren A.: Dynamic Capacity of Roller Bearings, *Acta Polytech. Scand., Mech. Eng. Ser.*, Vol. 2 (4), 1952, p. 96-127.
9. Papadopoulos I.V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A.: A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *International Journal of Fatigue*, Vol. 19(3), 1997, p. 219-235.
10. Radzimovsky E.I.: Stress distribution and strength condition of two rolling cylinders pressed together, *University of Illinois Bulletin*, Vol. 50, No. 44. 1953, p. 1-40.
11. Romanowicz P.: Analiza wysokocyklowego wyężenia zmęczeniowego łożyska baryłkowego, *Przegląd Mechaniczny*, Vol. 11/12, 2012, s. 17-24.
12. Romanowicz P.: Application of selected multiaxial high-cycle fatigue criteria to rolling contact problems. *Key Engineering Materials*, Vol. 542, 2013, p. 157-170.

13. Sackfield A., Hills D.A.: Some useful results in the classical Hertz contact problem, *Journal of Strain Analysis*, Vol. 18, No. 2, 1983, p. 101-105.
14. Sadeghi F., Jalalahmadi B., Slack T.S., Raje N., Arakere N. K.: A Review of Rolling Contact Fatigue, *Journal of Tribology*, Vol. 131, 2009, 041403.