

Piotr FOŁĘGA¹

WYZNACZANIE SZTYWNOŚCI SKRĘTNEJ PRZEKŁADNI FALOWEJ

Streszczenie. Celem artykułu było opracowanie uproszczonej metody wyznaczania sztywności skrętnej przekładni falowej. W tym celu podzielono koło podatne przekładni falowej na trzy charakterystyczne części. Pierwsza część to wieniec zębata koła podatnego oraz koła sztywnego, druga to gładka część koła podatnego. Trzecią część stanowi tylny fragment koła podatnego, tzw. denko. Wyznaczona sztywność skrętna została porównana z danymi producenta produkowanych obecnie przekładni falowych. W pracy do wyznaczenia sztywności skrętnej wykorzystano metodę elementów skończonych.

Słowa kluczowe: przekładnia falowa, sztywność skrętna, metoda elementów skończonych

DETERMINATION OF TORSIONAL STIFFNESS OF HARMONIC DRIVE

Summary. The aim of this study was to develop a simplified method for determining the torsional stiffness of harmonic drive. For this purpose, in this paper the flexspline of harmonic drive is studied by dividing it into three distinctive portions. The first portion contains the teathed section of the flexspline and of the circular spline, while the second portion is the cylindrical part of the flexspline. The third portion represents the back portion of the flexspline. Designated torsional stiffness was compared with the manufacturer currently manufactured harmonic drives. The study to determine the torsional stiffness of the finite element method was used.

Keywords: harmonic drive, torsional stiffness, finite element method

1. WPROWADZENIE

Na dynamikę pracy układu napędowego z przekładnią zębatą ma wpływ bardzo wiele czynników, takich jak parametry geometryczne kół zębatych, sztywność i tłumienie drgań w zazębieniu [1], odchyłki wykonania mające znaczenie dla prawidłowego śladu współpracy [2, 3] i wiele innych. Analiza tych czynników jest możliwa między innymi na podstawie modelu dynamicznego przekładni, a jednym z czynników warunkujących uzyskanie poprawnych wyników jest odpowiednie uwzględnienie sztywności skrętnej jej elementów.

Do wyznaczania sztywności produkowanych przekładni falowych ich producent zaleca wykorzystać liniową aproksymację pomiędzy podanymi w katalogu punktami opisującymi zmiany sztywności [4]. W pracach [1, 5] wykorzystano do opisu zmian sztywności aproksymację wielomianem trzeciego stopnia. Inne modele sztywności koła podatnego można

¹ Faculty of Transport, The Silesian University of Technology, Gliwice, Poland, e-mail: piotr.folega@polsl.pl

znaleźć w pracach [6-11]. Na podstawie analizy danych zawartych w [4] zaproponowano uproszczoną metodę wyznaczania sztywności skrętnej koła podatnego.

2. METODA KATALOGOWA

Sztywność skrętną koła podatnego według danych katalogowych należy wyznaczyć przez podzielenie krzywej skrętnej momentu obrotowego na trzy obszary [4]:

- obszar niskiego momentu obrotowego, od 0 do T_1 , czyli dla $T \leq T_1$, gdzie

$$\varphi_1 = \frac{T}{K_1} \quad (1)$$

- obszar średniego momentu obrotowego, od T_1 do T_2 , czyli dla $T_1 < T \leq T_2$, gdzie

$$\varphi_2 = \frac{T_1}{K_1} + \frac{T - T_1}{K_2} \quad (2)$$

- obszar wysokiego momentu obrotowego, dla $T > T_2$, gdzie

$$\varphi_3 = \frac{T_1}{K_1} + \frac{T_2 - T_1}{K_2} + \frac{T - T_2}{K_3} \quad (3)$$

gdzie:

φ_i – kąt skręcenia koła podatnego w danym obszarze [rad],

T_i – moment obrotowy w danym obszarze [Nm],

K_i – sztywność skrętna wyznaczona metodą katalogową [Nm/rad].

Wyniki obliczeń kąta skręcenia kół podatnych produkowanych przekładni falowych typu HFUC według wzorów od (1) do (3) przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Kąty skręcenia według metody katalogowej

Typ przekładni falowej	Moment obrotowy			Sztywność			Kąt skręcenia		
	T_1 [Nm]	T_2 [Nm]	przy 2000 [obr/min] T_N [Nm]	K_1 [Nm/rad]	K_2 [Nm/rad]	K_3 [Nm/rad]	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
HFUC 32-100	29	108	137	67000	110000	120000	0,00043	0,00115	0,00139
HFUC 40-100	54	196	265	130000	200000	230000	0,00042	0,00113	0,00143

Źródło: [4]

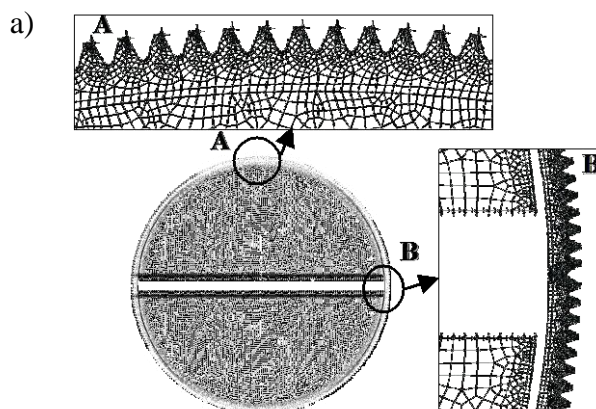
3. METODA UPROSZCZONA WYZNACZANIA SZTYWNOŚCI SKRĘTNEJ

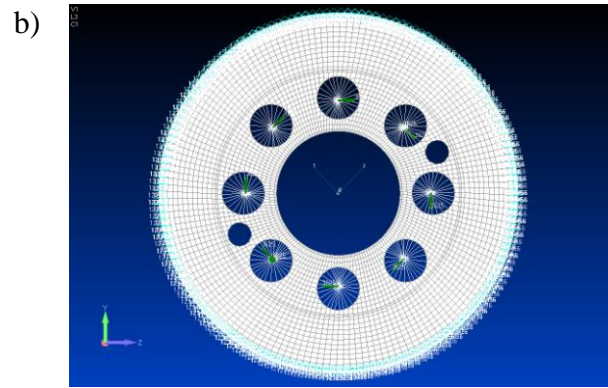
Na podstawie analizy danych zawartych w [4] zaproponowano uproszczoną metodę wyznaczania sztywności skrętnej koła podatnego. W tym celu podzielono koło podatne przekładni falowej typu HFUC na trzy charakterystyczne części (rysunek 1). Pierwsza część to wieniec zębaty koła podatnego oraz koła sztywnego (ozn. 1 na rysunku 1), druga to gładka cylindryczna część koła podatnego (ozn. 2 na rysunku 1). Trzecią część stanowi tylny fragment koła podatnego, tzw. denko (ozn. 3 na rysunku 1).



Rys. 1. Podział koła podatnego typu HFUC
Fig. 1. Dividing of the flexspline (type HFUC)

Sztywność skrętna pierwszej i trzeciej części koła podatnego, czyli wieńca zębatego kół podatnego i sztywnego, oraz tylnej części koła podatnego (denka) została obliczona z wykorzystaniem metody elementów skończonych. Opracowany dwuwymiarowy model numeryczny kół podatnego oraz sztywnego pokazano na rysunku 2a. Przyjęty model numeryczny denka koła podatnego typu HFUC przedstawiono na rysunku 2b.





Rys. 2. a) Model numeryczny kół podatnego oraz sztywnego, b) model numeryczny denka koła podatnego

Fig. 2. a) Numerical model of the flexspline and circular spline, b) numerical model of the back portion of the flexspline

Środkową część koła podatnego przyjęto jako powłokę walcową o stałej grubości, dla której wykorzystano zależności od (4) do (6):

$$K = \frac{G \cdot I}{L} \quad (4)$$

$$I = \frac{\pi \cdot (d_{out}^4 - d_{in}^4)}{32} \quad (5)$$

$$\varphi = \frac{T}{K} \quad (6)$$

gdzie:

G – moduł sprężystości poprzecznej [Pa],
 I – biegunowy moment bezwładności [mm⁴],
 L – długość środkowej części koła podatnego,
 d_{out} – średnica zewnętrzna koła podatnego [mm],
 d_{in} – średnica wewnętrzna koła podatnego [mm].

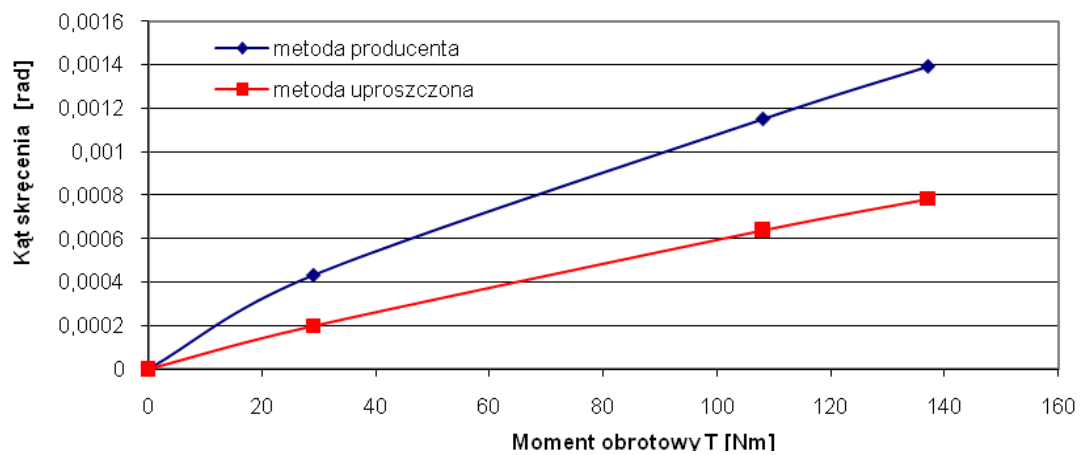
Wyniki obliczeń kąta skręcenia kół podatnych produkowanych przekładni falowych typu HFUC według przyjętej uproszczonej metody zamieszczono w tabeli 2. Porównanie zmian wartości kąta skręcenia w zależności od wartości momentu obrotowego dla metod katalogowej oraz uproszczonej przedstawiono na rysunku 3.

Tabela 2

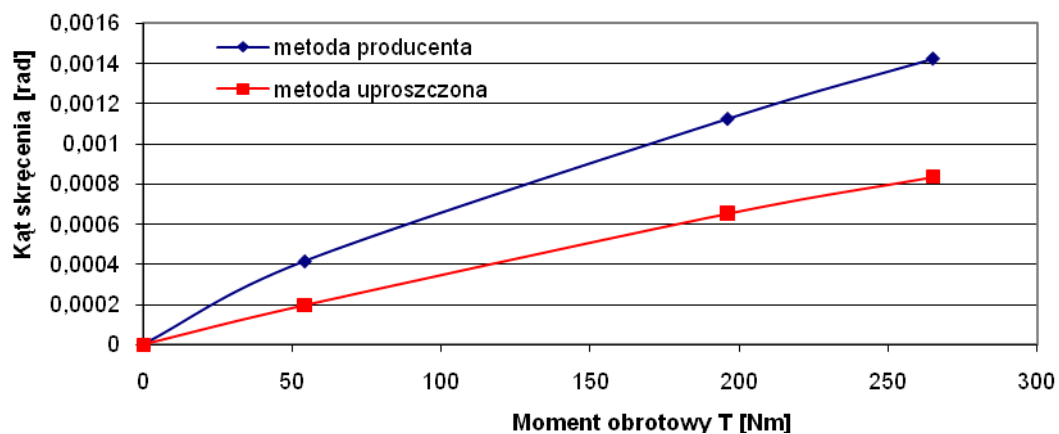
Kąty skręcenia według metody uproszczonej

Typ przekładni falowej	Moment obrotowy			Kąt skręcenia		
	T_1 [Nm]	T_2 [Nm]	przy 2000 [obr/min] T_N [Nm]	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
HFUC 32-100	29	108	137	$1,988 \times 10^{-4}$	$6,397 \times 10^{-4}$	$7,840 \times 10^{-4}$
HFUC 40-100	54	196	265	$1,958 \times 10^{-4}$	$6,536 \times 10^{-4}$	$8,369 \times 10^{-4}$

a)



b)



Rys. 3. Kąt skręcenia wyznaczony metodami uproszczoną oraz katalogową: a) przekładnia HFUC 32-100, b) przekładnia HFUC 40-100

Fig. 3. Torsion angle determined using the simplified method and technical information from catalog a) harmonic drive HFUC 32-100, b) harmonic drive HFUC 40-100

4. PODSUMOWANIE

W artykule zaproponowano uproszczoną metodę wyznaczania sztywności skrętnej koła podatnego przekładni falowej. W tym celu podzielono koło podatne przekładni falowej na trzy charakterystyczne części. Wyznaczona sztywności skrętnej została porównana z danymi katalogowymi produkowanych obecnie przekładni falowych. Krzywa sztywności skrętnej uzyskana podczas obliczeń zaproponowaną uproszczoną metodą jest około 50% sztywniejsza od krzywej sztywności skrętnej uzyskanej według katalogu producenta (rysunek 3). Wartości sztywności skrętnej wyznaczone dla cylindrycznej części koła podatnego (ozn. 2 na rysunku 1) oraz dla tylnej części koła podatnego (ozn. 3 na rysunku 1) zgadzają się z wartościami podawanymi przez producenta. Na rozbieżności w uzyskanych wynikach obliczeń miało wpływ przyjęte uproszczenie numeryczne dotyczące wykorzystania dwuwymiarowego modelu wieńca zębatego kół podatnego i sztywnego.

Bibliografia

1. Ostapski W.: Problemy modelowania przekładni falowych. Materiały Seminarium „Przekładnie mechaniczne specjalne – modelowanie, rozwój konstrukcji i perspektywy zastosowań“, Warszawa 1996, s. 11-22.
2. Pisula J., Płocica M.: Ocena jakości współpracy projektowanej pary stożkowej z użyciem autorskiego systemu wspomaganie projektowania. XI Forum Inżynierskie ProCAX, Kraków, 16-18 października 2012.
3. Pisula J., Płocica M.: Analiza współpracy pary stożkowej na podstawie matematycznego modelu obróbki oraz bezpośredniej symulacji nacinania w programie Inventor. *Mechanik*, nr 1/2012, s. 78-79.
4. Katalog Harmonic Drive AG, 2011.
5. Volkov D.P., Zubkov Y.N.: Vibration in a drive with harmonic gear transmission. *Russian Engineering Journal*, 58(5), 1978, p. 17-21.
6. Tuttle T.D., Seering W.: A nonlinear model of a harmonic drive gear transmission. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 12(3), 1996, p. 368-374.
7. Tuttle T.D., Seering W.: Modeling a harmonic drive gear transmission. *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2, 1993, p. 624-629.
8. Kircanski N., Goldenberg A., Jia S.: An experimental study of nonlinear stiffness, hysteresis and friction effects in robot joint with harmonic drives and torque sensors. *Proceedings of the third international Symposium on Experimental Robotics*, 1, 1993, p. 147-154.
9. Sefferth W., Maghzal A.J., Angeles J.: Nonlinear modeling and parameter identification of harmonic drive robotic transmissions. *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3, 1995, p. 3027-3032.
10. Taghirad H.D., Belanger P.R.: An experimental study on modeling and identification of Harmonic drive systems. *Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control*, 4, 1996, p. 4725-4730.
11. Al-Bender F., Symens W., Swevers J., Van Brussel H.: Theoretical Analysis of the Dynamic Behavior of Hysteresis Elements in Mechanical Systems, *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 39, 2004, p. 1721-1735.