

Renata ŻOCHOWSKA<sup>1</sup>

## MODELOWANIE WYBORU TRASY W GĘSTYCH SIECIACH MIEJSKICH

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono główne problemy związane z procesem modelowania wyboru trasy przez użytkowników sieci, którzy korzystają z transportu indywidualnego. Podkreślono istotę właściwego doboru odpowiedniej funkcji oporu, wyrażającej czas przemieszczania się daną trasą, który można bezpośrednio przełożyć na koszty podróży. Artykuł zawiera również krótki przegląd i charakterystykę poszczególnych metod rozkładu potoków ruchu na sieć transportową oraz algorytm rozłożenia ruchu podczas zamknięć drogowych.

## ROUTE CHOICE MODELING IN DENSE URBAN NETWORKS

**Summary.** The main problems connected with process of route choice modeling for individual users have been presented in the article. Cost-flow relationship has been usually expressed in time units that may be directly converted into travel costs. The importance of selection the proper functional forms of cost-flow curve has been emphasized. The article also covers short review of traffic assignment methods and original algorithm for road closures.

### 1. WPROWADZENIE

Modelowanie zachowań komunikacyjnych podróżnych jest integralnym elementem złożonego procesu modelowania podróży, prowadzącego do sporządzenia prognozy ruchu. Rozłożenie macierzy podróży na sieć transportową wymaga wykorzystania odpowiednio sformułowanego modelu wyboru trasy. Kształtowanie zachowań podróżnych jest znacznie bardziej złożone w gęstych sieciach miejskich, charakteryzujących się m.in. częstymi zakłóceniami ruchu pojazdów, spowodowanymi wysoką koncentracją skrzyżowań i znacznymi odchyłkami w rozrzucie wielkości potoku. Może to prowadzić do kongestii i wydłużenia czasu podróży, ale również do większych możliwości wyboru drogi w obszarach miejskich niż w innego typu sieciach. W związku z tym ruch z punktu źródłowego do docelowego jest rozkładany zazwyczaj na większą liczbę ścieżek.

---

<sup>1</sup> Wydział Transportu, Politechnika Śląska, ul. Krasińskiego 8, 40-019 Katowice, tel. (+48 32) 6034121, renata.zochowska@polsl.pl.

Modele wyboru trasy przez podróżnych opierają się na określeniu zależności pomiędzy charakterystykami popytu a charakterystykami podaży w systemie transportowym. W zagadnieniach związanych z modelowaniem ruchu analizowany obszar podzielony jest zwykle na pewną liczbę rejonów komunikacyjnych, reprezentowanych przez środki ciężkości (centroidy), które określa się jako miejsca kumulacji potencjału wyjazdowego i dojazdowego rejonu. Model sieci przedstawiany jest zwykle w postaci grafu skierowanego [6, 10, 13]. W praktycznych rozwiązaniach środki ciężkości można powiązać z modelem sieci transportowej za pomocą tzw. połączeń o określonych charakterystykach.

Popyt na transport reprezentowany jest zwykle w postaci macierzy podróży, sporządzonej dla określonego środka transportu, której poszczególne komórki reprezentują wielkość potoku ruchu wyrażoną liczbą podróży realizowanych pomiędzy parą rejonów komunikacyjnych. Jest to dana wejściowa do modelu, wyznaczana dla analizowanego okresu (np. doby, godziny szczytowej itp.). Natomiast podaż przedstawiana jest jako sieć transportowa, której cechy charakterystyczne to: długość, przepustowość, prędkość, organizacja ruchu, czas przejazdu, opłaty drogowe lub inne czynniki wpływające na wartość oporu sieci.

W wyniku zastosowania modelu wyboru trasy do rozłożenia potoków ruchu na sieć transportową uzyskuje się wartości natężeń ruchu na każdym odcinku sieci. Proces ten służy również oszacowaniu wskaźników, charakteryzujących sieć uliczną. Dla poszczególnych środków transportu najczęściej stosuje się różne metody rozkładu lub rozkłady są przeprowadzane w sposób niezależny.

Podstawowe cele modelowania rozkładu ruchu w sieci to [13]:

- obliczenie zagregowanych miar sieci ulicznej (np. praca przewozowa, całkowite obciążenie ruchem, czas podróży w sieci),
- obliczenie kosztów podróży między rejonami transportowymi dla danego poziomu zapotrzebowania na podróże (dla scenariusza macierzy zapotrzebowania na podróże),
- oszacowanie wielkości potoków ruchu w sieci ulicznej i identyfikacja zatłoczonych elementów układu,
- ustalenie tras podróży pomiędzy każdą parą rejonów transportowych,
- analiza wykorzystania poszczególnych połączeń sieci przez podróżujących pomiędzy daną parą rejonów,
- obliczenie wielkości potoków ruchu na poszczególnych relacjach skrajnych na wlotach skrzyżowań.

Na stopień dokładności odwzorowania, a także na złożoność obliczeniową procesu modelowania wyboru trasy przez użytkowników sieci wpływają przede wszystkim: sposób modelowania oporu trasy, wybór odpowiedniego algorytmu poszukiwania najkrótszej ścieżki w sieci oraz metoda rozkładania potoków ruchu na sieć.

## 2. MODELOWANIE OPORU TRASY

W sieciach transportowych można stosować trzy kryteria odległości: fizyczną, czasową oraz kosztową. Przy małym wykorzystaniu sieci transportowej powyższe trzy kryteria prowadzą do tych samych trywialnych rozwiązań drogi najkrótszej fizycznie. Jednak w gęstych sieciach miejskich obciążenie ruchem jest zwykle duże, tworzą się przeciążenia związane z kongestią, a z dróg najkrótszych fizycznie korzysta tak wielu użytkowników, że czas podróży drogą okrężną jest mniejszy niż dotychczasową. W związku z tym drogi te stają się atrakcyjnymi drogami alternatywnymi.

Wybór drogi przez podróżnego jest zależny zarówno od czynników obiektywnych, jak i subiektywnych. Podstawową zasadą przy wyborze trasy podczas rozkładu ruchu w sieci jest

założenie, że osoba podróżująca wybiera połączenie o najmniejszym przewidywanym koszcie przejazdu. Wskaźnikami wpływającymi na wybór trasy są najczęściej:

- przewidywany czas podróży na danej trasie,
- długość drogi,
- opłaty drogowe.

W dokładniejszych modelach należałoby dodatkowo uwzględnić wiele innych czynników (np. wpływ znajomości trasy przez stałych użytkowników sieci, stopień zamożności mieszkańców poszczególnych rejonów itp.). Przy szacowaniu kosztów podróży zazwyczaj bierze się pod uwagę tylko dwa czynniki: czas i koszty materialne (koszty paliwa, koszty eksploatacyjne itd.). W gęstych sieciach miejskich wielkości te silnie uzależnione są od warunków ruchu.

Opór trasy składa się z następujących elementów [15]:

- opór podłączenia,
- opór odcinków składowych trasy,
- opór relacji skrzyżnych (zwykle w postaci kar czasowych).

Przed przystąpieniem do rozkładania potoku ruchu na sieć transportową należy określić opory potencjalnie wykorzystywanych tras.

Gęste sieci miejskie charakteryzują się znacznym stopniem zatłoczenia, szczególnie uciążliwym w godzinach szczytowych. W związku z tym przy wyborze postaci funkcyjnej, która określa opór odcinka sieci, należy sięgnąć po równania odwzorowujące zmiany czasu przejazdu odcinka w miarę wzrostu natężenia ruchu. W wyniku zastosowania odpowiedniej funkcji oporu uzyskuje się zwykle czasy jazdy, które są podstawą obliczania pracy przewozowej układu. Wielkość ta, wyrażona w pojazdogodzinach, brana jest pod uwagę przy analizach efektywności ekonomicznej inwestycji komunikacyjnych. W związku z tym, błędne przyjęcie funkcji oporu może powodować znaczące błędy przy ocenie efektywności ekonomicznej różnych wariantów rozwoju układu komunikacyjnego.

Pierwsze funkcje oporu wykorzystywane w modelowaniu wyboru trasy powstały w latach 50. ubiegłego stulecia. Były to proste zależności o charakterze liniowym, a jako kryterium wyboru drogi najczęściej przyjmowano odległość. Jednak nie zawsze trasa najkrótsza jest trasą optymalną, gdyż czas podróży jest uzależniony głównie od prędkości, która z kolei jest silnie skorelowana z natężeniem obciążającym dany odcinek. Rozwój technik komputerowych pozwolił na stosowanie funkcji coraz bardziej wyrafinowanych matematycznie i coraz lepiej odwzorowujących rzeczywistość. Szczegółowy przegląd funkcji oporu można znaleźć w pracy [7]. Wśród najczęściej stosowanych zależności należy wymienić:

- funkcję wykładniczą Overgaarda:

$$t = t_0 \cdot \alpha \left( \frac{q}{q_c} \right)^\beta, \quad (1)$$

- funkcję logarytmiczną Moshera:

$$t = t_0 + \beta \cdot \ln(\alpha) - \beta \cdot \ln(\alpha - q) \quad \text{dla } q \leq q_{\max}, \quad (2)$$

$$t = t_c + s \cdot (q - q_{\max}) \quad \text{dla } q > q_{\max}, \quad (3)$$

gdzie:

$$- t_c = t_0 + \beta \cdot \ln(\alpha) - \beta \cdot \ln(\alpha - q_{\max}),$$

$$- s = \frac{\beta}{\alpha - q_{\max}},$$

$$- \alpha > q_{\max},$$

– funkcję hiperboliczną Moshera:

$$t = \beta - \frac{\alpha \cdot (t_0 - \beta)}{q - \alpha} \quad \text{dla } q \leq q_{\max}, \quad (4)$$

$$t = t_C + s \cdot (q - q_{\max}) \quad \text{dla } q > q_{\max}, \quad (5)$$

gdzie:

$$- t_C = \beta - \frac{\alpha \cdot (t_0 - \beta)}{q_{\max} - \alpha},$$

$$- s = \frac{\beta}{\alpha - q_{\max}},$$

$$- \alpha > q_{\max},$$

$$- t_0 > \beta,$$

– uogólnioną funkcję BPR:

$$t = t_0 \cdot \left( 1 + \alpha \cdot \left( \frac{q}{q_C} \right)^\beta \right) + \varepsilon \cdot q, \quad (6)$$

– funkcję Conical:

$$t = t_0 \cdot \left( 2 + \sqrt{\alpha^2 \cdot \left( 1 - \frac{q}{q_{\max}} \right) + \beta^2} - \alpha \cdot \left( 1 - \frac{q}{q_{\max}} \right) - \beta + \varepsilon \cdot q \right), \quad (7)$$

gdzie:

$$- \beta = \frac{2\alpha - 1}{2\alpha - 2},$$

– funkcję S-logitową:

$$t = t_0 + (t_S - t_0) \cdot \left[ \frac{e^{\tau \cdot \left( \frac{q}{q_{\max}} - 1 \right)}}{1 + e^{\tau \cdot \left( \frac{q}{q_{\max}} - 1 \right)}} \right] = t_0 + \frac{(t_S - t_0)}{1 + e^{\tau \cdot \left( 1 - \frac{q}{q_{\max}} \right)}}, \quad (8)$$

– funkcję INRETS:

$$t = t_0 \cdot \left( \frac{1,1 - \alpha \cdot \frac{q}{q_{\max} \cdot c}}{1,1 - \frac{q}{q_{\max} \cdot c}} \right) \quad \text{dla } q < q_{\max} \cdot c, \quad (9)$$

$$t = t_0 \cdot \left( \frac{1,1 - \alpha}{0,1} \cdot \left( \frac{q}{q_{\max} \cdot c} \right)^2 \right) \quad \text{dla } q \geq q_{\max} \cdot c. \quad (10)$$

Przy opisach funkcji oporu przyjęto następujące oznaczenia:

- $t$  – czas przejazdu odcinka o jednostkowej długości,
- $t_0$  – czas przejazdu odcinka o jednostkowej długości przy ruchu swobodnym ( $q = 0$ ),
- $q$  – potok na odcinku,
- $q_C$  – przepustowość przy poziomie swobody ruchu C (praktyczna),
- $q_{\max}$  – przepustowość odcinka,

$q_s$  – natężenie nasycenia,

$\alpha, \beta, \gamma$  – parametry modelu.

Przy ocenie przydatności poszczególnych funkcji oporu trasy należy wziąć pod uwagę ograniczenia i warunki, które muszą być spełnione zarówno dla zapewnienia jednoznacznego rozwiązania, jak i dla zachowania największej zgodności z rzeczywistymi zachowaniami podróżnych. Ogólnie ograniczenia te można podzielić na dwie grupy [7]:

- warunki matematyczne,
- warunki behawioralne.

Najważniejsze z nich zestawiono w tabl. 1.

Tablica 1

Warunki przydatności funkcji do opisu oporu trasy

WARUNKI MATEMATYCZNE	WARUNKI BEHAWIORALNE
<ul style="list-style-type: none"> <li>– funkcja nieliniowa;</li> <li>– funkcja ściśle rosnąca dla przedziału natężenia ruchu w zakresie liczb dodatnich;</li> <li>– funkcja nieujemna;</li> <li>– w przypadku braku natężenia ruchu wartość funkcji odpowiada czasowi przejazdu odcinka przy prędkości swobodnej;</li> <li>– funkcja jest ciągła i różniczkowalna;</li> <li>– pochodna funkcji w przypadku braku natężenia ruchu jest dodatnia.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– czas spędzony w sieci silnie obciążonej ruchem - na poziomie swobody <math>F</math> - jest dla użytkownika znacznie bardziej uciążliwy niż czas jazdy;</li> <li>– po przekroczeniu przepustowości natężenie krytyczne na odcinku spada, a czas przejazdu rośnie;</li> <li>– funkcja powinna spełniać warunek „ostrego blokowania odcinka” w przypadku osiągnięcia granicy przepustowości (dodatkowa „kara” dla potoków powyżej przepustowości);</li> <li>– przyjęcie pojęcia „prędkości swobodnej” jako prędkości w warunkach włączonej sygnalizacji świetlnej;</li> <li>– naturalnym pierwszym wyborem ścieżki podróży jest prowadzenie jej po ulicach szerokich i wygodnych z punktu widzenia użytkownika (wyższych klas z punktu widzenia klasyfikacji funkcjonalnej);</li> <li>– funkcja powinna umożliwiać występowanie chwilowych przeciążeń w sieci (potoki o wartościach wyższych niż przepustowość).</li> </ul>

Źródło: [7], [13].

W gęstych sieciach miejskich funkcja oporu odcinka powinna mieć postać uogólnioną, tzn. powinna zależeć nie tylko od natężenia na tym odcinku, lecz także od natężeń w całej sieci, gdyż wzajemne oddziaływanie potoków na skrzyżowaniach jest bardzo silne i wpływa na znaczne straty czasu w węzłach sieci [13].

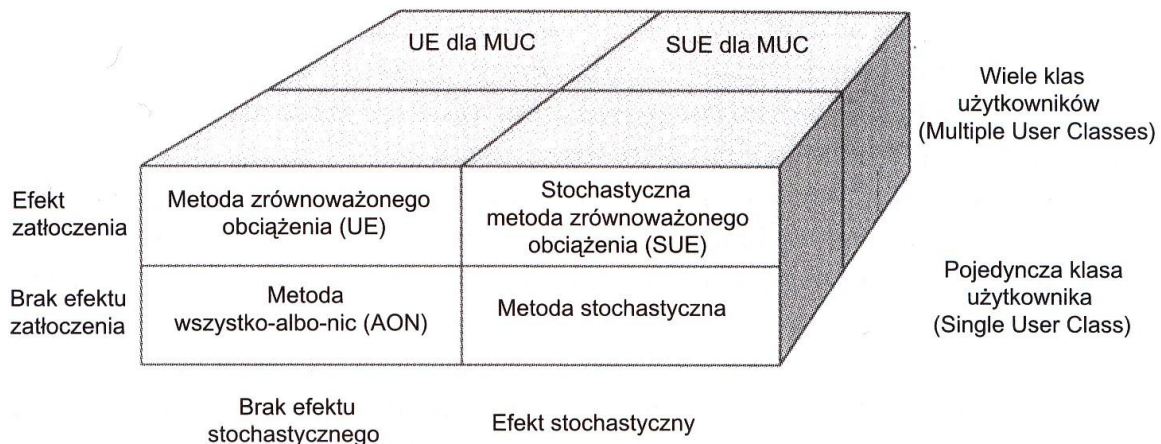
### 3. METODY ROZKŁADANIA MACIERZY PODRÓŻY NA SIĘĆ TRANSPORTOWĄ

Rozkład potoków ruchu na sieci powstaje jako wynik decyzji wielu użytkowników tworzących go. Zgodnie z drugą zasadą Wardropa [16] równość kosztów średnich na wykorzystywanych drogach dla danej relacji charakteryzuje rozłożenie równowagi, optymalne z punktu widzenia wszystkich użytkowników. Rozwiązanie to rozumiane jest jako sytuacja, w której żaden z użytkowników sieci nie może zwiększyć swoich korzyści (lub zmniejszyć strat), wybierając inną drogę przejazdu [10].

Każda z metod rozłożenia macierzy podróży na sieć transportową składa się z kilku kroków, które należy realizować w sposób sekwencyjny. Ich zadaniem jest przede wszystkim [13]:

- identyfikacja zbioru tras, które mogą być rozważane jako atrakcyjne dla kierowców,
- przydzielenie poszczególnym trasom odpowiednich proporcji macierzy podróży,
- sprawdzenie warunku zbieżności.

Modele rozkładu ruchu w sieci można podzielić na statyczne i dynamiczne. W modelach statycznych zakłada się, że zarówno popyt transportowy, jak i podaż sieci są niezmiennie w czasie. Ogólną klasyfikację metod statycznych przedstawiono na rys. 1. Modele dynamiczne zakładają zmienność podaży i popytu w czasie i w związku z tym są bardziej skomplikowane oraz wymagają dużo większej liczby danych wejściowych. W planowaniu sieci transportowej można wykorzystywać zarówno modele statyczne, jak i dynamiczne. Modele dynamiczne znajdują wielorakie zastosowanie w zarządzaniu i sterowaniu ruchem.



Rys. 1. Klasyfikacja statycznych metod rozkładu ruchu w sieci [9]

Fig. 1. Classification of static traffic assignment methods

Wśród statycznych metod rozkładu potoków ruchu można wyróżnić kilka podstawowych typów [8]:

- metoda „wszystko-albo-nic” AON (ang. *All or Nothing*) – polega na wyznaczeniu najtańszej ścieżki dla każdej relacji podróży, a następnie na przydzieleniu jej całkowitego potoku, określonego wartością odpowiedniej składowej macierzy podróży;
- metoda „ $k$  najtańszych ścieżek” – polega na wyznaczeniu dla każdej relacji podróży pewnej ustalonej liczby  $k$  najtańszych tras. Określenie liczby  $k$  przedstawiono w pracy [17]. Wartości potoków ruchu na poszczególnych trasach uzyskuje się, zakładając rozkład odwrotnie proporcjonalny do kosztów na poszczególnych trasach;
- metoda ograniczonych przepustowości – zakłada, że wszyscy uczestnicy ruchu starają się wybierać drogę najtańszą, jednak – w sytuacji gdy trasa ta staje się przeciążona –

wybierają kolejne, alternatywne ścieżki najtańsze, na których natężenie ruchu nie przekracza jeszcze założonej przepustowości. Prowadzi to do uzyskania rozkładu na kilka dróg najtańszych, których liczba nie zależy od przyjętego z góry założenia, lecz od porównania obciążeń generowanych macierzy podróży i przepustowości elementów składowych sieci drogowej;

- metoda kwantowa – oparta jest na występującym w rzeczywistości procesie przyrostu natężeń ruchu w sieci drogowej. Macierz podróży dla szczytowego obciążenia ruchem dzielona jest na kilka lub kilkanaście macierzy składowych, które następnie w sposób iteracyjny rozkładane są na aktualnie najtańsze trasy przejazdu dla każdej relacji. Drogi optymalne mogą być różne w kolejnych krokach iteracyjnych, co spowodowane jest ciągłą aktualizacją kosztów jednostkowych. Wymusza to korzystanie z dróg, które przy małym napełnieniu sieci były nieatrakcyjne, a po uwzględnieniu pewnego obciążenia sieci stają się optymalne;
- metoda stochastyczna – uwzględnia różnice w postrzeganiu cech poszczególnych połączeń na trasie przejazdu (np. czasu przejazdu), wynikające z percepcji poszczególnych kierowców i poziomu ich wiedzy o wybieranej trasie. Metoda nie uwzględnia efektu zatłoczenia sieci;
- metoda rozkładu zrównoważonego – opiera się na zasadzie Wardropa [16]: „Ruch w sieci rozłożony jest optymalnie, jeżeli żaden z podróżujących nie może zmniejszyć oporu swojej podróży przez zmianę wykorzystywanej drogi przejazdu między rejonami”. Stan równowagi jest obliczany przez wielostopniową iterację. Iteracja wewnętrzna, przeprowadzana oddzielnie dla każdej relacji podróży, zapewnia obciążenie ruchem dwóch ścieżek dla każdej relacji w taki sposób, aby uzyskać stan równowagi. Iteracja zewnętrzna polega na poszukiwaniu w sieci nowych połączeń o krótszym czasie przejazdu. W przypadku znalezienia takiego połączenia konieczne jest obliczenie nowego stanu równowagi sieci. W modelach równowagi zakłada się, że wszyscy podróżni mają dokładne informacje o kosztach podróży na poszczególnych trasach oraz że w jednakowy sposób postrzegają koszt podróży daną trasą;
- model stochastycznej równowagi SUE (ang. *Stochastic User Equilibrium*) [2] – zakłada, że żaden podróżny nie wierzy, iż może poprawić własny czas przejazdu wtedy, gdy tylko on dokona zmiany trasy. W modelach SUE model równowagi jest rozszerzony przez włączenie losowych elementów do funkcji kosztów podróży w celu zróżnicowania postrzegania kosztów podróży przez poszczególnych podróżnych [5]. W zależności od rozkładu prawdopodobieństwa czynnika losowego można uzyskać modele logitowe lub probitowe;
- model dynamicznej równowagi DUE (ang. *Dynamic User Equilibrium*) – opiera się na następującej zasadzie: „Dla każdej relacji podróży, w każdej chwili czasu, aktualne czasy podróży odczuwane przez podróżnych wyjeżdżających w tym samym czasie są równe i minimalne”. Oznacza to, że podróżni udający się do tego samego celu i rozpoczynający swoją podróż w tym samym czasie osiągną swój cel jednocześnie [4].

W literaturze istnieje wiele różnorodnych podejść do sformułowania i rozwiązania modeli dynamicznej równowagi. Spośród podstawowych modeli dynamicznych sieci można wymienić [9]:

- dynamikę opartą na funkcjach potoku opuszczającego połączenie,
- dynamikę opartą na funkcjach potoku wjeżdżającego na połączenie i opuszczającego je,
- dynamikę opartą na funkcjach czasu na końcu połączenia,
- dynamiczną równowagę użytkownika,
- modele oparte na równowadze mikroekonomicznej.

Każda z wymienionych procedur może przebiegać w postaci [15]:

- rozkładu prostego: jedna macierz popytu dla jednego systemu transportu,

- rozkładu wieloklasowego (równoczesnego): kilka macierzy popytu, zawierających popyt jednego lub kilku systemów transportu indywidualnego, jest rozkładanych równocześnie. Procedury rozkładu wieloklasowego można dodatkowo podzielić na:
- procedury rozkładu kilku macierzy popytu na jeden środek transportu – najbardziej odpowiednie przy ocenie, która jest zróżnicowana ze względu na cele podróży lub grupy osobowe. Ponieważ systemy transportu dla zróżnicowanych grup motywacyjnych wykorzystują tę samą sieć odcinków i tę samą funkcję oporu, wyniki rozkładu nie różnią się od rozkładu, w którym rozpatruje się całą macierz;
- procedury rozkładu kilku macierzy popytu na kilka systemów transportu różniących się: strukturą popytu, typem sieci drogowej i zachowaniami komunikacyjnymi. Te różnice uwzględniane są przez odpowiednie dla każdego systemu charakterystyki poszczególnych elementów struktury sieci oraz oddzielnie budowane funkcje oporu. Z tego powodu następuje indywidualne wyszukiwanie tras dla każdego systemu.

Przedstawione modele rozkładu ruchu na sieć transportową miasta zakładają z góry trasę przejazdu pojazdów na odcinku pomiędzy źródłem a celem podróży, w zależności od panujących w mieście warunków ruchu. W rzeczywistości jednak najczęściej kierowcy, którzy nie mają pełnej wiedzy o warunkach ruchu, wykorzystują tę trasę, którą jeżdżą codziennie. Każdy kierowca wybiera taką trasę, która w jego odczuciu ma najniższe koszty. Wybór zaplanowanej trasy podróży, choć jest subiektywny, obejmuje przede wszystkim główne trasy komunikacyjne, charakteryzujące się większymi przepustowościami oraz umożliwiające rozwijanie dużych prędkości. Dopiero konfrontacja z rzeczywistymi warunkami ruchu (zatłoczenie na niektórych odcinkach tras, roboty drogowe, wypadki) w trakcie wykonywania podróży powoduje podjęcie decyzji o częściowej lub całkowitej rezygnacji z założonej trasy przejazdu i wyborze alternatywnej trasy [18]. Częściowa rezygnacja wiąże się z ominięciem zatłoczonego obszaru i powrotem na zaplanowaną trasę przejazdu, ale już poza miejscem zatłoczonym (zamkniętym). Całkowita rezygnacja wiąże się z wyborem nowej trasy.

#### 4. PROBLEM WYZNACZANIA NAJKRÓTSZYCH ŚCIEŻEK W SIECI

Zasadniczą część procesu rozkładu potoków ruchu na sieć stanowi wyznaczenie ścieżki o najmniejszej wartości przyjętego kryterium optymalizacyjnego. Jeżeli jako kryterium zostanie przyjęty globalny czas podróży, to można w tym celu skorzystać z popularnych algorytmów najkrótszej ścieżki, przyjmując – zamiast wartości odległości – odpowiednie czasy przemieszczania się na poszczególnych elementach sieci. Długość ścieżki jest sumą długości wszystkich składających się na nią połączeń, którą można określić w sposób rekurencyjny [14].

Najczęściej spotykane typy problemów znajdowania najkrótszej drogi to:

- najkrótsza droga pomiędzy dwoma określonymi węzłami,
- najkrótsza droga pomiędzy wszystkimi parami węzłów,
- najkrótsza droga od określonego węzła do wszystkich pozostałych,
- najkrótsza ścieżka między określonymi węzłami, która przechodzi przez określone węzły,
- druga, trzecia itd. z kolei najkrótsza droga.

W zależności od przebiegu procesu optymalizacji można wyodrębnić dwa zasadnicze typy algorytmów [14]:



- budowy drzewa – najkrótsze drogi znajduje się oddzielnie od każdego węzła sieci do wszystkich pozostałych jej węzłów,
- macierzowe – najkrótsze połączenia uzyskuje się równocześnie dla wszystkich par węzłów.

Zaletą algorytmów macierzowych jest zarówno łatwość w zaprogramowaniu, jak i możliwość dokładnego określenia ich wydajności z punktu widzenia czasu obliczeń, jednak pod względem wielkości zajmowanej pamięci, przy analizie sieci o dużych rozmiarach bardziej wydajne są algorytmy budowy drzewa [14].

Oprócz klasycznych algorytmów (Moore'a (1959), Forda (1956), Bellmana (1958), Dijkstry, (1959), Floyda (1962) oraz Dantziga (1966)), opracowano wiele nowych metod wyznaczania najkrótszych ścieżek w sieci drogowej [np. 1, 12]. W systemach sterowania i zarządzania ruchem najczęściej wykorzystuje się algorytmy o charakterze dynamicznym.

## 5. WYKORZYSTANIE MODELU WYBORU TRASY W OPTYMALIZACJI ZAMKNIĘĆ DROGOWYCH

Odbiciem naturalnych procesów kształtowania się rozkładu ruchu są procedury iteracyjne. W gęstych sieciach miejskich wielkich aglomeracji, w których dokonuje się okresowego zamknięcia intensywnie eksploatowanego odcinka drogi, w krótkim czasie ustala się nowy rozkład ruchu, zgodnie z minimalizacją kosztów przemieszczania przez indywidualnych użytkowników. Ten schemat postępowania trafnie opisuje sytuację rzeczywistą w przypadku awaryjnego zamknięcia lub dla zamknięć bez ustalanych objazdów. Kierowcy, dokonując indywidualnie oceny warunków ruchu przy danym napełnieniu sieci, wybierają optymalną w danym momencie trasę i korzystając z niej, przyczyniają się do zwiększenia jej obciążenia. W rezultacie kolejni użytkownicy drogi dokonują oceny warunków ruchu przy zmienionych obciążeniach. Często wybór ich trasy jest nieco inny niż poprzedników.

Zadanie wyznaczania optymalnego rozkładu potoków ruchu według kryterium minimalnego globalnego czasu podróży w sieci  $F_{GCP}(\mathbf{Q}^*)$  oznacza poszukiwanie takiego obciążenia  $\mathbf{Q}^*$ , dla którego [19]:

$$F_{GCP}(\mathbf{Q}^*) = \min_{\mathbf{Q}} F_{GCP}(\mathbf{Q}), \quad (11)$$

gdzie:

$$F_{GCP}(\mathbf{Q}^*) = \sum_{(i,k) \in L} \min_{q_{ik}} F_{CP}(q_{ik}) \quad (12)$$

przy spełnieniu warunków [10, 14]:

- addytywności potoków ruchu:

$$q_{ik} = \sum_{(a,b) \in OD} q_{ik}^{ab} \quad \forall (i,k) \in L, \quad (13)$$

- nieujemności potoków ruchu:

$$q_{ik}^{ab} \geq 0 \quad \forall (a,b) \in OD, (i,k) \in L, \quad (14)$$

- zachowania potoków ruchu:

$$\sum_{(i,j) \in L} q_{ij}^{ab} - \sum_{(j,k) \in L} q_{jk}^{ab} = \begin{cases} 0 & , \text{dla } j \neq a, b \\ -q^{ab} & , \text{dla } j = a \\ q^{ab} & , \text{dla } j = b \end{cases} \quad \forall (a, b) \in OD, \quad (15)$$

– realizacji zapotrzebowania na przewóz:

$$\sum_{p \in P^{ab}} q^{p,ab} = q^{ab} \quad \forall (a, b) \in OD, \quad (16)$$

gdzie:

$q_{ik}$  – całkowity potok na odcinku  $(i, k)$ , łączącym  $i$ -ty oraz  $k$ -ty węzeł elementarny,

$q^{ab}$  – całkowity potok w relacji  $(a, b)$ ,

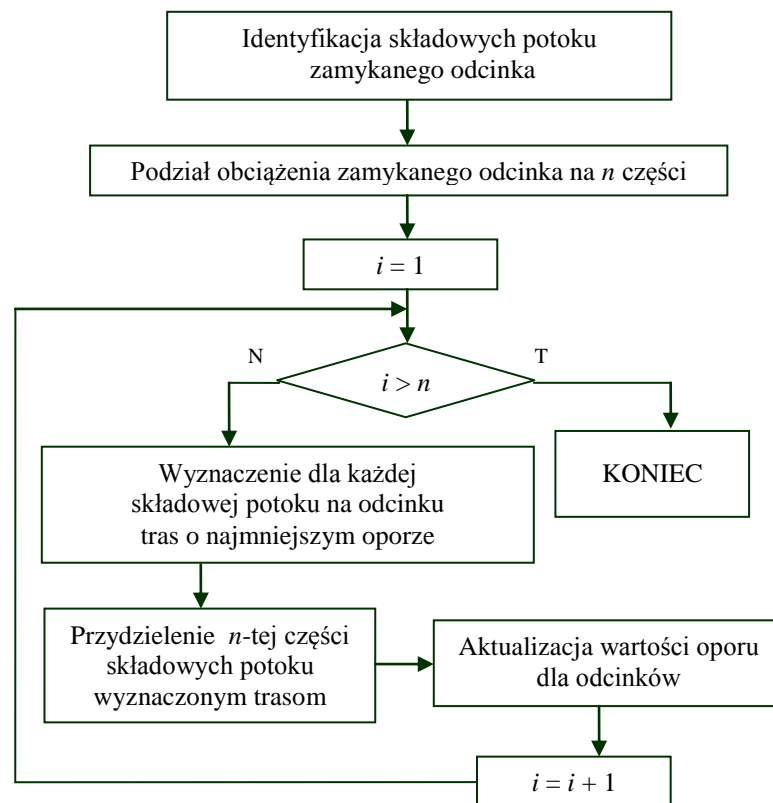
$q_{ik}^{ab}$  – składowa potoku w relacji  $(a, b)$  na odcinku  $(i, k)$ ,

$q^{p,ab}$  – składowa potoku w relacji  $(a, b)$  na ścieżce  $p \in P^{ab}$ ,

$OD$  – zbiór par  $(a, b)$  węzłów nadania i odbioru (zbiór relacji),

$L$  – zbiór odcinków w sieci.

Ogólny schemat procesu rozkładania potoku ruchu na sieć przedstawiono na rys. 2. Analiza obciążenia zamykanego odcinka pod względem składowych jego potoku jest pierwszym krokiem w procesie iteracyjnym. Identyfikacja tych składowych następuje na podstawie znajomości najkrótszych ścieżek pomiędzy poszczególnymi węzłami sieci [19].



Rys. 2. Schemat rozkładania potoków ruchu na sieć przy zamknięciu odcinka drogi [19]

Fig. 2. Traffic assignment scheme for closure of road section

W każdej iteracji następuje przyporządkowanie pewnej części składowych potoku drogom o najmniejszym czasie podróży (najmniejszej wartości oporu trasy), uwzględniając przy tym

ruch ustalony w poprzednich iteracjach. W pierwszym kroku następuje przyporządkowanie  $\alpha_1$ -szej części każdej ze składowych potoku zamykanego odcinka drogi trasom o najmniejszej wartości dla [14]:

$$\sum_{(i,k) \in \text{trasy}} \left( \frac{dF_{ik}^{\min}}{dq_{ik}} \right)_{q_{ik}=0} . \quad (17)$$

Obciążenie wybranych ścieżek zostaje powiększone o wielkość  $q_{ik}^{\alpha_1}$  dla każdego odcinka  $(i, k)$  danej ścieżki. Następnie wyznaczone zostają nowe wartości funkcji oporu dla odcinków i węzłów sieci, z uwzględnieniem zmiany natężenia. W drugim kroku następuje przyporządkowanie  $\alpha_2$ -giej części każdej ze składowych [14]:

$$\sum_{(i,k) \in \text{trasy}} \left( \frac{dF_{ik}^{\min}}{dq_{ik}} \right)_{q_{ik}=q_{ik}^{\alpha_1}} , \quad (18)$$

a w  $n$ -tym –  $\alpha_n$ . Proces zostaje zakończony w momencie przyporządkowania całego obciążenia zamykanego odcinka, czyli gdy spełniony jest warunek  $\sum_n \alpha_n = 1$ .

Teoretycznie preferowanym rozwiązaniem w przypadku funkcji ściśle wypukłych, jest wykonywanie nieskończonej liczby iteracji i stosowanie nieskończone małych wartości dla  $\alpha_n$ . Zwykle jednak przeprowadza się obliczenia przy mniejszej liczbie iteracji. Przykładowe wartości  $\alpha_n$  podaje Steel (1965) – 0,45; 0,25; 0,15; 0,10; 0,05. W metodzie DESCASS [14] obliczenia wykonuje się w czterech iteracjach (0,1; 0,3; 0,3; 0,3). Przy większej liczbie iteracji korzystniej jest (w ostatnich iteracjach) rozkładać na sieć mniejszą część składowej potoku ruchu.

## 6. PODSUMOWANIE

Jednym z zasadniczych elementów modelowania zachowań podróży w gęstych sieciach miejskich jest modelowanie wyboru trasy. Złożony charakter tego zagadnienia związany jest z koniecznością uwzględnienia nieliniowych zależności pomiędzy kosztami podróży a stopniem obciążenia sieci transportowej, które wpływają w bezpośredni sposób na subiektywne decyzje podejmowane przez poszczególnych uczestników ruchu. W wyniku pogarszających się warunków ruchu może następować zmiana zachowań komunikacyjnych, np.: zmiana wyboru czasu podróży, rezygnacja z podróży lub ograniczenie jej długości oraz zmiana środka transportu.

Iteracyjne metody rozkładania potoków ruchu na sieć należą do najbardziej złożonych obliczeniowo zagadnień optymalizacyjnych. Wynika to zarówno z wykorzystania złożonych zależności funkcyjnych opisujących opory poszczególnych tras, jak i z konieczności wielokrotnego zastosowania algorytmów najkrótszych ścieżek. Wydaje się jednak, że szybki rozwój techniki komputerowej, a w szczególności zwiększanie szybkości procesorów, pozwala na pominięcie tego problemu.

Większość ze stosowanych powszechnie metod rozkładania potoków ruchu na sieć transportową nie nadaje się do opisu zjawisk dynamicznych. Metody mają również wiele wad, które powodują, że nie odzwierciedlają one w pełni sytuacji ruchowej w sieciach o ograniczonej przepustowości skrzyżowań czy w sieciach silnie przeciążonych ruchem. Większość prac opisuje zjawiska w sposób statyczny, podając wartości natężeń w godzinie

szczytu. Dla tych wartości oblicza się średnie straty czasu lub długość występującej kolejki. W rzeczywistości jednak zjawiska związane z ruchem zmieniają się w sposób ciągły i przedstawienie ich jako zmiennych w czasie daje lepsze odzwierciedlenie sytuacji rzeczywistej. Zjawiska zmienne w czasie można przedstawić m.in. za pomocą procesów stochastycznych lub szeregów czasowych [3].

W przypadku modelowania rozkładu ruchu w czasie zamknięcia poszczególnych elementów sieci należy sięgnąć po zweryfikowane metody, które uwzględniają zależność wyboru danej trasy od jej atrakcyjności wyrażonej przez koszt podróży (np. w jednostkach czasowych). W zaproponowanym algorytmie iteracyjnym do odwzorowania naturalnego procesu decyzyjnego wykorzystano zasadę przyrostowego zapełniania sieci.

## Bibliografia

1. Chen Y., Yang H.: Shortest paths in traffic-light networks. *Transportation Research, Part B*, Vol. 34 (2000), pp. 241–253.
2. Daganzo C.F., Sheffi Y.: On stochastic models of traffic assignment. *Transportation Science*, Vol. 11 (1977), pp. 253–274.
3. Gasz K.: Modelowanie ruchu w sieci ulic w warunkach ograniczonej przepustowości skrzyżowań. Rozprawa doktorska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Politechnika Wroclawska 2007.
4. Han S., Heydecker B.G.: Consistent objectives and solution of dynamic user equilibrium models. *Transportation Research, Part B*, Vol. 40 (2006), pp. 16–34.
5. Hazelton M.L.: Some remarks on stochastic user equilibrium. *Transportation Research, Part B*, Vol. 32 (1998), pp. 101–108.
6. Jacyna M.: Modelowanie i ocena systemów transportowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2009.
7. Jastrzębski W.P.: Funkcje oporu odcinka. V Konferencja Naukowo–Techniczna: Transport a rozwój zrównoważony. Poznań 17–19 maja 2005.
8. Komar Z., Wolek Cz.: Inżynieria ruchu drogowego. Wybrane zagadnienia. Wydawnictwo Politechniki Wroclawskiej, Wrocław 1994.
9. Krystek, R.: Węzły drogowe i autostradowe. WKiŁ, Warszawa 2008.
10. Leszczyński J.: Modelowanie systemów i procesów transportowych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999.
11. Lim Y., Heydecker B.: Dynamic departure time and stochastic user equilibrium assignment. *Transportation Research, Part B*, Vol. 39 (2005), pp. 97–118.
12. Lozano A., Storchi G.: Shortest viable hyperpath in multimodal networks. *Transportation Research Part B*, Vol. 36 (2002), pp. 853–874.
13. Ortuzar J. De D., Willumsen L. G.: *Modelling transport*. Wiley, New York 2009.
14. Steenbrink, P.: Optymalizacja sieci transportowych. WKiŁ, Warszawa 1978.
15. VISUM wersja 7.50 – podręcznik użytkownika. PTV VISION, Karlsruhe 2000.
16. Wardrop J.G.: Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II* (1952), pp. 352–362.
17. Zijpp N.J., Catalano S.F.: Path enumeration by finding the constrained K-shortest paths. *Transportation Research, Part B*, Vol. 39 (2005), pp. 545–563.
18. Żak J.: Identification of the most important road transportation decision problem. *Archives of Transport*, Vol. 16 (2004), No. 2.

19. Żochowska R.: Optymalizacja zamknięć ulic w złożonych sieciach transportowych. Rozprawa doktorska, Wydział Transportu, Politechnika Warszawska 2004.

Recenzent: dr hab. inż. Romuald Szopa, Profesor Politechniki Częstochowskiej