

Piotr FOLEGA, Piotr CZECH, Tomasz FIGLUS, Grzegorz WOJNAR

## WYZNACZANIE ZA POMOCĄ MEB WPLYWU PEKNIĘCIA U PODSTAWY ZĘBA NA ZMIANĘ SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA

**Streszczenie.** W opracowaniu przedstawiono wyniki eksperymentu, którego celem było zbadanie wpływu pęknięcia w stopie zęba koła zębatego na zmianę sztywności zazębienia.

W tym celu zbudowano, zweryfikowano i wykorzystano model MEB kół zębatych.

## MARKING INFLUENCE OF CRACKING GEAR-TOOTH ON CHANGES MESHING STIFFENESS BY USED BEM

**Summary.** The work presents results of an experiment that employs BEM in the task of marking influence of cracking gear-tooth on changes stiffness of meshing. The worked out and the verification numeric toothed wheel was the aim of this research.

### 1. WPROWADZENIE

Sztywność zazębienia  $c_z$  określana jest wg normy ISO/DIS 6336 jako stosunek przyrostu siły normalnej do przyrostu odkształcenia znajdujących się w przyporze par zębów o jednostkowej szerokości bezodchyłkowej przekładni. Odkształcenie to wyznacza się w kierunku prostopadłym do zarysu zęba w przekroju czołowym.

Sztywność zazębienia zależy od geometrii kół zębatych i własności fizycznych materiałów, z jakich są one wykonane. Jak podaje [5], do najważniejszych czynników mających wpływ na sztywność zazębienia należą:

- dane zazębienia (liczba zębów, współczynnik przesunięcia zarysu, zarys odniesienia itp.),
- wartość obciążenia,
- chropowatość i falistość boków zęba,
- moduł sprężystości.

W bibliografii można spotkać różne metody wyznaczania sztywności zazębienia [2,4,7,9,10].

W pracy [7] autor zaproponował przy wykorzystaniu wyprowadzonych wzorów analityczny sposób wyznaczania sztywności zazębienia:

- etap 1: określenie stałych materiałowych,
- etap 2: określenie geometrii zęba,
- etap 3: zadanie obciążenia,

- etap 4: wyznaczenie ugięcia zęba pod działaniem siły normalnej do zarysu w wybranych kolejnych punktach przyłożenia siły (punkty współpracy zębów),
- etap 5: wyznaczenie ugięcia współpracującego zęba w przyjętych uprzednio punktach przyłożenia siły (punkty współpracy zębów),
- etap 6: obliczenie spłaszczenia powierzchni obu współpracujących zębów dla kolejnych punktów styku.

Po wykonaniu wymienionych etapów obliczeń można wyznaczyć trzy krzywe nad odcinkiem przyporu. Wykorzystując wyznaczone krzywe, określa się sumaryczne odkształcenie pary zębów, a następnie sztywność w kolejnych przyjętych punktach współpracy zębów. Ograniczeniem tej metody obliczeń jest jednak możliwość wyznaczenia wartości sztywności zazębienia tylko nieuszkodzonych zębów kół zębatych. W praktyce ważną informacją w diagnostyce kół zębatych są zmiany sztywności zazębienia spowodowane uszkodzeniami zębów, np. pęknięciem zmęczeniowym zęba u podstawy.

W niniejszym opracowaniu przedstawiono wykorzystanie metody elementów brzegowych do wyznaczania wpływu głębokości pęknięcia w stopie zęba koła na zmiany sztywności zazębienia kół zębatych. W pierwszej części doświadczenia opracowany algorytm postępowania do wyznaczania sztywności zazębienia z użyciem MEB został zweryfikowany na podstawie danych dostępnych w bibliografii. Kolejny etap badań stanowiło opracowanie modelu numerycznego wieńca zębatego o zadanych parametrach, które umożliwiło zbadanie zjawiska pęknięcia w stopie zęba koła.

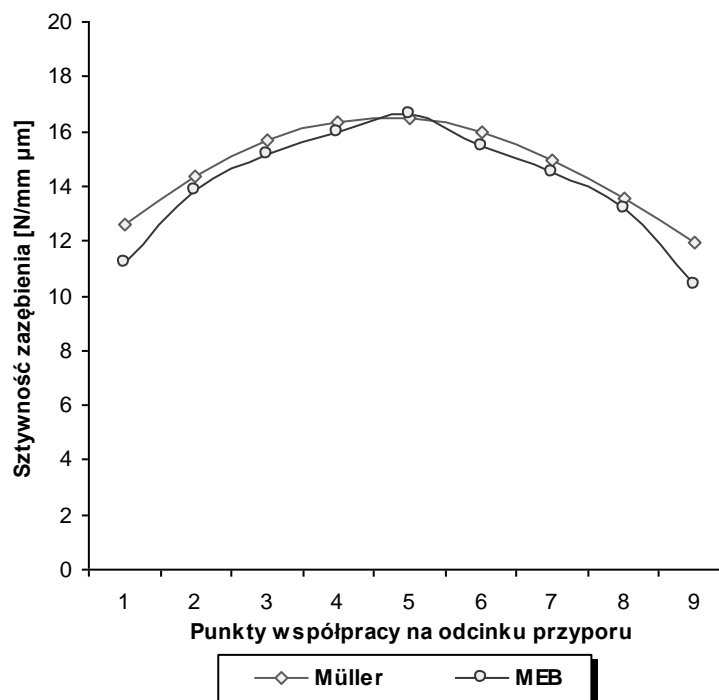
## 2. WERYFIKACJA MODELU MEB

W celu weryfikacji modelu MEB porównano otrzymane za jego pomocą wyniki z rezultatami uzyskanymi z użyciem metody analitycznej Müllera. Posłużono się przykładem zamieszczonym w [7] o następujących założeniach:

- liczba zębów zębownika  $z_1 = 20$ ,
- liczba zębów koła  $z_2 = 35$ ,
- współczynnik przesunięcia zarysu zębownika  $x_1 = 0,3$ ,
- współczynnik przesunięcia zarysu koła  $x_2 = 0,1$ ,
- grubość zębownika  $s_{f1} = 2,033$  (wymiar odniesiono do wartości modułu koła zębatego),
- grubość koła  $s_{f2} = 2,077$  (wymiar odniesiono do wartości modułu koła zębatego),
- kąt zarysu  $\alpha = 20$  [°],
- luz wierzchołkowy  $c_o = 0,2$  (wymiar odniesiono do wartości modułu koła zębatego),
- wysokość głowy narzędzia  $h_{ao} = 1,25$  (wymiar odniesiono do wartości modułu koła zębatego),
- podziałka na okręgu zasadniczym  $p_b = 0,282$  (wymiar odniesiono do wartości modułu koła zębatego),
- liczba przyporu  $\varepsilon_\alpha = 1,525$ ,
- obciążenie jednostkowe  $Q = 4$  [MPa].

Porównanie wyznaczonej sztywności zazębienia metodą MEB z wynikami otrzymanymi metodą analityczną Müllera przedstawiono w tabeli 1 i na rys. 1.

W tabeli 1 dodatkowo zestawiono wyznaczone różnice procentowe ( $\Delta\%$ ) pomiędzy wynikami uzyskanymi metodą MEB a metodą analityczną Müllera.



Rys. 1. Porównanie sztywności ząbienia  
Fig. 1. Comparison of stiffness of meshing

Tabela 1

Sztywność ząbienia wyznaczona metodą Müllera i MEB

Punkt współpracy na linii przyporu	Sztywność ząbienia wyznaczona metodą:		
	Müllera [N/mm μm]	MEB [N/mm μm]	$\Delta\%$ [%]
1	12,573	11,228	10,7
2	14,363	13,840	3,6
3	15,664	15,145	3,3
4	16,369	15,970	2,4
5	16,450	16,625	1,1
6	15,943	15,449	3,1
7	14,936	14,526	2,7
8	13,551	13,157	2,9
9	11,920	10,432	12,5

Analizując wartości sztywności ząbienia wyznaczone metodą numeryczną MEB oraz metodą analityczną Müllera, można stwierdzić ich zgodność jakościową i ilościową. Różnice w otrzymanych wynikach mogą wynikać z nieuwzględnienia w obliczeniach numerycznych efektów kontaktowych, tj. spłaszczenia powierzchni zębów.

### 3. WPLYW PEKNIĘCIA W STOPIE ZĘBA NA ZMIANĘ SZTYWNOŚCI ZAZĘBIENIA

Do wyznaczenia sztywności zazębienia za pomocą MEB posłużono się specjalnym oprogramowaniem stworzonym na Wydziale Transportu Politechniki Śląskiej. Umożliwia ono wygenerowanie dowolnego zarysu zębów kół oraz obliczenie sztywności dla kół bez oraz z występującym uszkodzeniem w postaci pęknięcia w stopie zęba.

Wykorzystane oprogramowanie umożliwia zagęszczenie punktów zarysu zęba w miejscach koncentracji największych naprężeń, a także analizę płaskiego stanu odkształcenia, pozwalając na możliwość bezpośredniego uwzględnienia punktów opisujących zarys zęba jako węzłów elementów brzegowych. W badaniach wykorzystano elementy z trzema węzłami oraz kwadratowymi funkcjami kształtu.

W obliczeniach rozpatrywano trzy zęby koła z utwierdzonym wieńcem oraz siłą normalną do zarysu obciążającą środkowy ząb. Jednostkową siłą obciążającą przykładano w kolejnych punktach zarysu zęba. Punkty te leżały na odpowiednich promieniach koła zębatego, odpowiadających różnym punktom współpracy zębów na linii przyporu.

Opracowany model numeryczny uwzględniał rzeczywistą geometrię zębów koła oraz odkształcenie wieńca koła zębatego. W przeprowadzonych obliczeniach przy wyznaczeniu sztywności zazębienia nie uwzględniono spłaszczenia powierzchni obu zębów w kolejnych punktach styku spowodowanego kontaktem tych powierzchni.

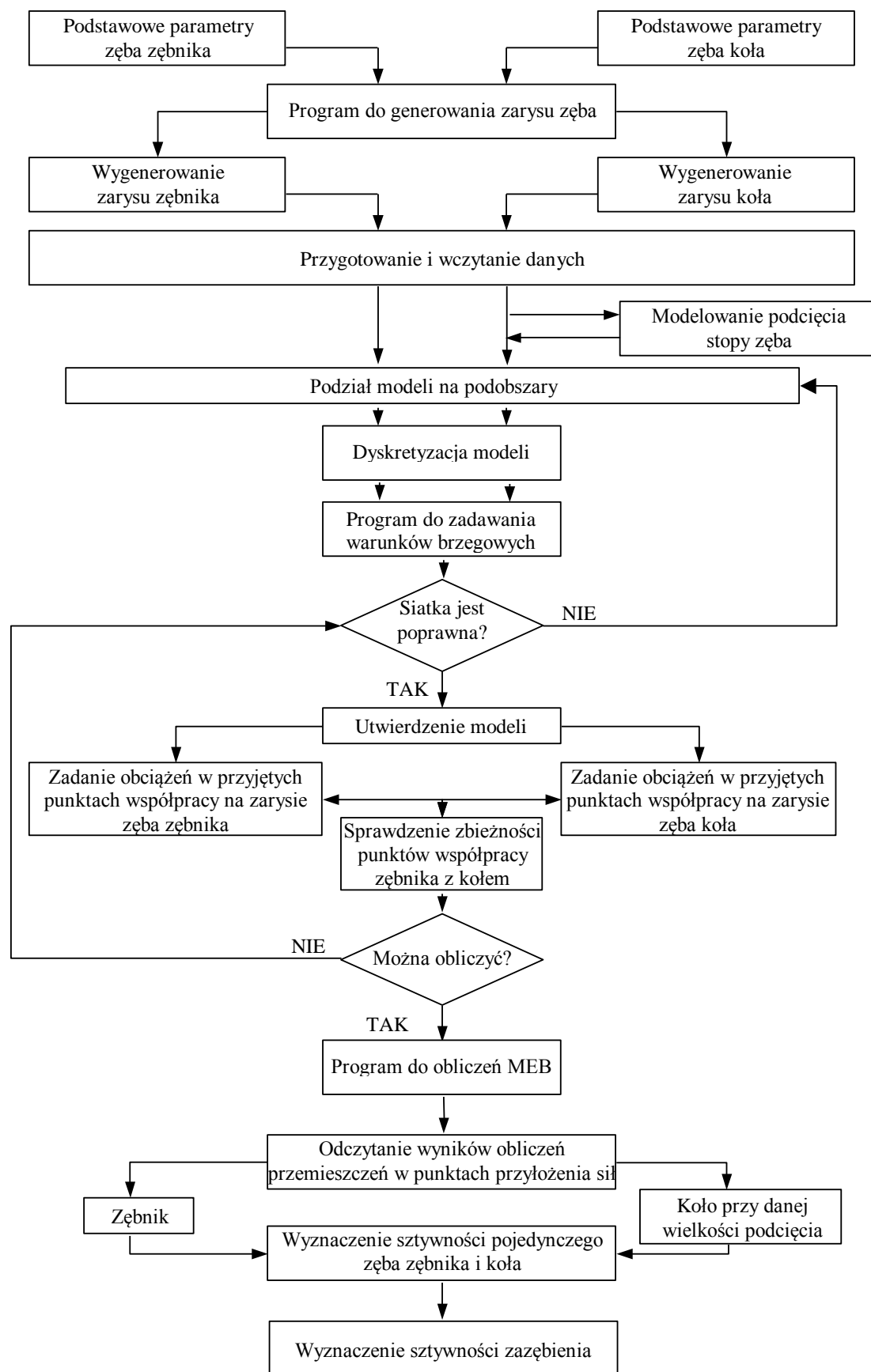
Na rysunku 2 przedstawiono algorytm opracowanej metody postępowania w przypadku wykorzystania MEB do wyznaczania sztywności zazębienia. Algorytm ten umożliwia uwzględnienie pęknięcia zmęczeniowego stopy zęba poprzez zamodelowanie jego podcięcia.

Do wyznaczenia wpływu pęknięcia w stopie zęba koła na sztywność zazębienia przyjęto koła o parametrach zgodnych z założonymi w czasie badań symulacyjnych z wykorzystaniem modelu dynamicznego przekładni oraz badań na stanowisku mocy krążącej FZG [1]:

- liczba zębów zębownika  $z_1 = 16$ ,
- liczba zębów koła  $z_2 = 24$ ,
- kąt pochylenia linii zębów  $\beta = 0$  [°],
- współczynnik przesunięcia zarysu zębownika  $x_1 = -0,864$ ,
- współczynnik przesunięcia zarysu koła  $x_2 = -0,5$ ,
- szerokość kół  $b_k = 20$  [mm],
- moduł normalny  $m_n = 4,5$  [mm],
- odległość osi  $a_o = 91,5$  [mm].

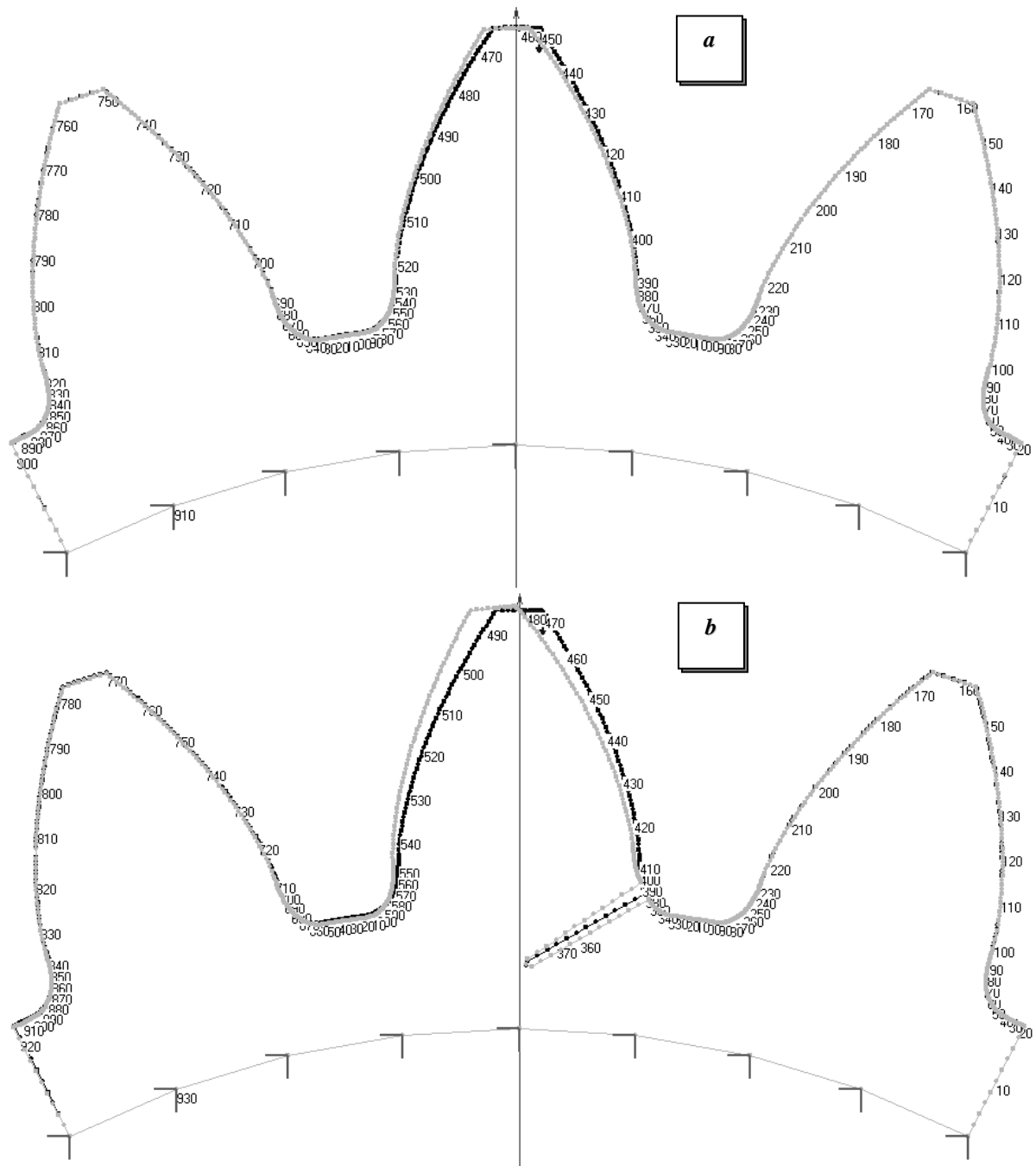
Przeprowadzony eksperyment powtórzono dla koła bez uszkodzenia oraz koła z pęknięciem w stopie zęba. Pęknięcie zamodelowano jako podcięcie w stopie zęba wykonane na głębokości 1, 2 i 3 [mm]. Było to zgodne z przeprowadzonymi badaniami na obiekcie rzeczywistym przekładni pracującej na stanowisku mocy krążącej [1,3,6].

Miejsce podcięcia wybrano w punkcie występowania największej koncentracji naprężeń w stopie zęba po jego rozciąganej stronie [8].



Rys. 2. Algorytm wyznaczania sztywności zazębienia z wykorzystaniem MEB  
 Fig. 2. Algorithm of evaluate the stiffness of meshing with BEM

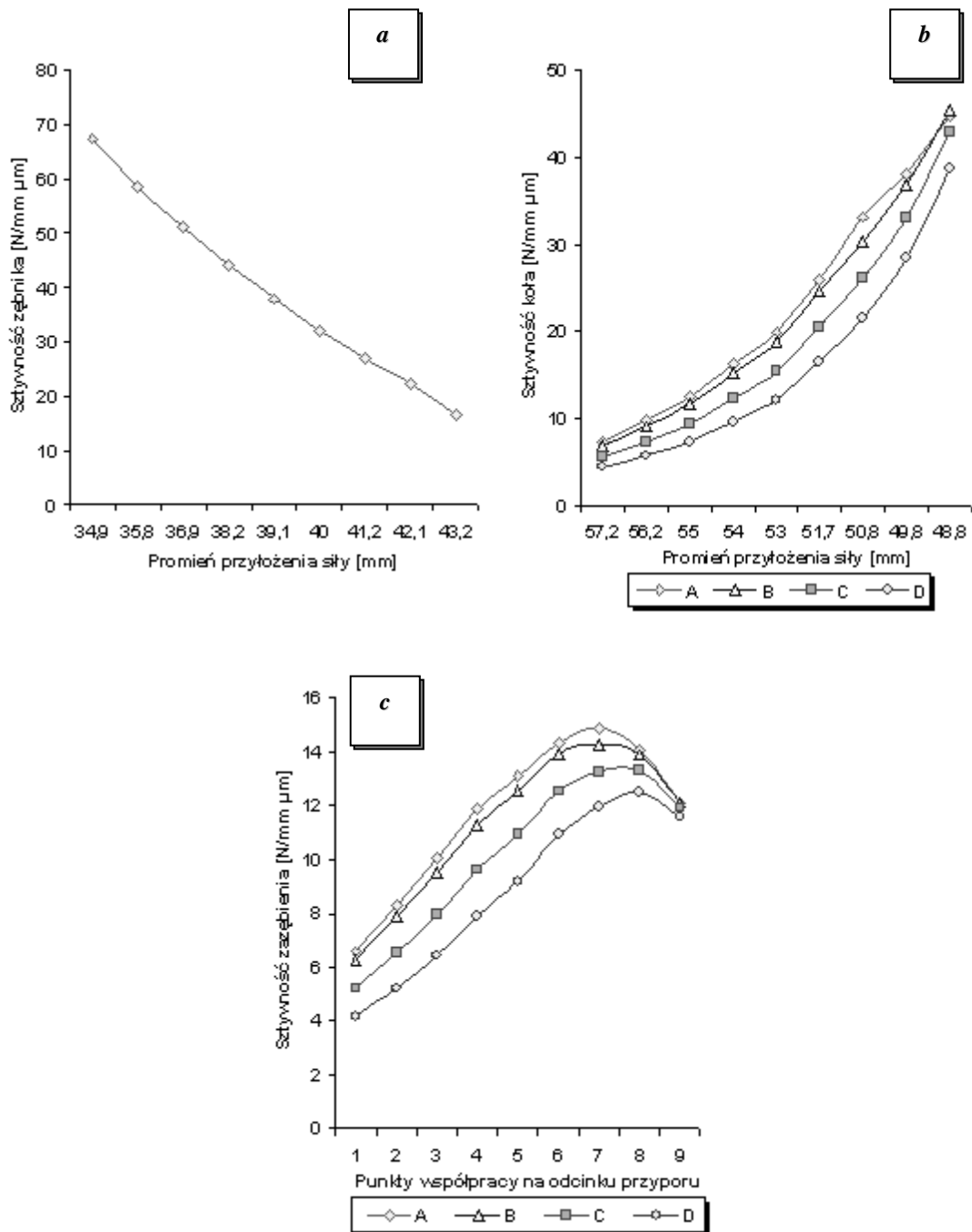
Przykładowe, uzyskane metodą MEB, wyniki ugięcia zęba koła pod wpływem przyłożonej jednostkowej siły przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Ugięcie zęba pod wpływem przyłożonej jednostkowej siły dla zęba: (a) nieuszkodzonego, (b) z zamodelowanym w stopie pęknięciem (skala przemieszczeń 10:1)

Fig. 3. The displacement of gear-tooth under force: (a) gear-tooth without crack, (b) gear-tooth with crack (displacement scale 10:1)

Na rysunku 4 przedstawiono otrzymane w wyniku analizy MEB zmiany sztywności zębnika, koła oraz zazębienia pod wpływem pęknięcia w stopie zęba.



Rys. 4. Wyznaczona z użyciem MEB: (a) sztywność zębniaka, (b) sztywność koła, (c) sztywność zazębienia, przy głębokości podcięcia: A – 0 [mm], B – 1 [mm], C – 2 [mm], D – 3 [mm]  
 Fig. 4. Estimated by BEM: (a) stiffness of pinion tooth, (b) stiffness of gear tooth, (c) stiffness of meshing, for deep of crack: A – 0 [mm], B – 1 [mm], C – 2 [mm], D – 3 [mm]

Uzyskane na podstawie przeprowadzonych analiz wyniki potwierdziły poprawność przyjętego w pracy [1] założenia o spadku sztywności zazębienia w przypadku wystąpienia pęknięcia u podstawy zęba.

**Bibliografia**

1. Czech P.: Wykrywanie uszkodzeń przekładni zębatych za pomocą metod sztucznej inteligencji. Rozprawa doktorska. Katowice 2006.
2. Czech P., Folęga P.: Doświadczalne wyznaczanie sztywności zębów kół. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z. 57, Gliwice 2005.
3. Figlus T., Wilk A.: Zastosowanie metod wibroakustycznych do diagnozowania złożonych przypadków uszkodzeń przekładni zębatych. „Diagnostyka”, Vol. 30, 2004, s. 171÷174.
4. Folęga P., Czech P., Figlus T.: Wyznaczanie sztywności zazębienia za pomocą MES. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z. 57, Gliwice 2005.
5. Jaśkiewicz Z., Wąsiewski A.: Przekładnie walcowe. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1992.
6. Łazarz B., Wojnar G.: Bezkontaktowe pomiary laserowe drgań w diagnostyce wibroakustycznej. XI Seminarium Naukowe „Nowe Technologie i Materiały w Metalurgii i Inżynierii Materiałowej”. Katowice 2003.
7. Müller L.: Przekładnie zębate. Dynamika. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
8. Müller L.: Przekładnie zębate. Obliczenia wytrzymałościowe. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1972.
9. Ryś J.: Sztywność zębów prostych walcowych kół zębatych. „Przegląd Mechaniczny”, nr 10, Warszawa 1977.
10. Norma ISO/DIS 6336.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski