

Grzegorz PERUŃ, Bogusław ŁAZARZ

## MODELOWANIE USZKODZEŃ ŁOŻYSK TOCZNYCH PRZEKŁADNI ZĘBATYCH STANOWISKA MOCY KRAŻĄCEJ

**Streszczenie.** Artykuł zawiera opis metody modelowania uszkodzeń łożysk tocznych zastosowanej w modelu stanowiska przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej (FZG). Uwzględnienie w modelu wpływu uszkodzeń wybranych elementów łożyska poprzez lokalną zmianę sztywności umożliwiło prowadzenie analiz wpływu rozwoju uszkodzenia na dynamikę pracy przekładni, czyli na generowane przyspieszenia i prędkości drgań oraz działające siły.

## DAS MODELLIEREN DER WÄZLAGERNBESCHÄDIGUNGEN EINGEBAUT IN DER FZG

**Zusammenfassung.** Der Artikel beschreibt die Modellierenmethode der Wälzlagernbeschädigungen. Die Berücksichtigung im Modell des Beschädigungeneinflusses gewählter Elemente des Lagers, durch lokale Änderung der Steifheit, macht möglich Führung der Einflussesanalysen der Beschädigungsentwicklung auf die Arbeitsdynamik des Getriebes: auf generierte Beschleunigungen und Geschwindigkeiten der Vibrationen wie ebenfalls wirkende Kräfte.

### 1. WPROWADZENIE

Wibroakustyczna diagnostyka łożysk tocznych zamontowanych w przekładniach zębatych jest znacznie utrudniona. Wynika to z nakładania się w mierzonym sygnale drganiowym zaburzeń z wielu źródeł, spośród których najważniejsze jest zazębienie przekładni. Trudności w dokonaniu prawidłowej oceny stanu przekładni zębatej oraz rosnące wymagania stawiane przed diagnostyką tych urządzeń zmuszają do dalszego rozwijania metod i algorytmów diagnostycznych. Przykładem mogą być tutaj prowadzone badania, których celem było wykrywanie uszkodzeń kół zębatych bądź łożysk z użyciem technik diagnostyki wibroakustycznej [7, 12, 16, 25].

Wprowadzenie do rozwijanego modelu stanowiska FZG [13] możliwości symulacji uszkodzeń wybranych elementów łożyska, jak również uszkodzeń kół zębatych, pozwoli

znacząco zwiększyć funkcjonalność modelu i wykorzystać go w próbach rozwiązania różnych problemów diagnostycznych.

Przedstawiony sposób modelowania uszkodzeń łożysk stanowi rozwinięcie metody obliczania sztywności łożysk tocznych, przedstawionej w [14]. Wykorzystuje on charakterystykę sztywności układu element toczny – bieżnia łożyska, wyznaczoną analitycznie z zależności geometrycznych w łożysku oraz zweryfikowaną z użyciem MES [15, 18]. Badania przeprowadzono dla łożysk kulkowych zwykłych 6307.

## 2. MODELOWANIE ŁOŻYSK TOCZNYCH

Ze względu na trudności z dokładnym określeniem sztywności łożysk tocznych najczęściej łożyska modelowane są z użyciem wzorów przybliżonych, pozwalających wyznaczyć wartość odkształcenia łożyska w zależności od wartości działającego na nie obciążenia.

W przypadku łożyska kulkowego zwykłego, gdy dane są jedynie wartości maksymalnego obciążenia części tocznej oraz średnicy elementu tocznego, można zastosować wzór [11]:

$$\delta_r = \frac{0,44 \cdot Q_{\max}^{\frac{2}{3}}}{D_t^{\frac{1}{3}} \cdot \cos \alpha}, \quad [\mu m] \quad (1)$$

gdzie:

$Q_{\max}$  – maksymalne obciążenie części tocznej [N],

$D_t$  – średnica elementu tocznego [mm],

$\alpha$  – kąt działania łożyska [rad].

Gdy dodatkowo znana jest liczba elementów tocznych, można skorzystać z zależności przedstawionych w [17]. Przemieszczenie promieniowe czopa łożyska kulkowego jednorzędowego poprzecznego określa wzór:

$$\delta_r = 0,96 \cdot \sqrt[3]{\frac{Q^2}{0,1 \cdot d_k}}, \quad [\mu m]; \quad Q = \frac{R}{2e}, \quad [N] \quad (2)$$

gdzie:

$d_k$  – średnica kulki w łożysku [mm],

$R$  – promieniowe obciążenie łożyska [N],

$e$  – liczba elementów tocznych w łożysku.

Wyznaczone z powyższych wzorów wartości sztywności badanego łożyska wykazują znaczącą różnicę. Z tego powodu do dalszych badań wykorzystano metodę obliczania sztywności łożyska przedstawioną w [14].

Jak już zaznaczono we wprowadzeniu, w tej metodzie sztywność łożyska zależy od sztywności układów bieżnia zewnętrzna – element toczny – bieżnia wewnętrzna określonych dla każdego elementu tocznego będącego pod obciążeniem. Sztywności te są nieliniową funkcją obciążenia przypadającego na dany element toczny, a więc zależą od jego położenia względem kierunku działania siły. Takie podejście wymaga określenia ilości elementów tocznych znajdujących się pod obciążeniem [20, 24], jak również charakterystyki sztywności jednego układu bieżnia zewnętrzna – element toczny – bieżnia wewnętrzna. Niewątpliwą zaletą tej metody jest uwzględnienie zmiennej podatności łożyska w zależności od liczby i położenia elementów tocznych przenoszących w danej chwili obciążenie.

Charakterystyki sztywności łożyska 6307 otrzymane z zależności (1) i (2) jak również analitycznie z zależności geometrycznych w łożysku przedstawiono na rysunku 1. W obliczeniach przyjęto kąt rozkładu obciążenia [2, 5, 8, 10, 19, 20, 24] wynoszący  $\psi_{\varepsilon}=90^{\circ}$ . Powyższe założenie jest prawidłowe po przyjęciu przeciętnych warunków pracy, wynikających ze stosowania zalecanych pasowań przy osadzaniu łożysk [21]. Zgodnie z [11] kąt ten w takich warunkach zawiera się w przedziale  $70 - 90^{\circ}$  i rośnie wraz z obciążeniem [2]. Charakterystykę sztywności pojedynczego układu bieżni – element toczny, wyznaczoną zarówno z zależności geometrycznych w łożysku, jak też z użyciem MES dla różnych współczynników przystawania w [22, 9] wykreślono na rysunku 2.

### 3. USZKODZENIA ŁOŻYSK TOCZNYCH

Nieprawidłowy montaż bądź niewłaściwa eksploatacja łożyska może prowadzić do jego uszkodzenia. Wystąpienie lokalnego uszkodzenia powoduje pojawienie się w widmie drgań o częstotliwości charakterystycznej dla uszkodzonego elementu i wynikającej z zależności kinematycznych. Z wykorzystaniem analiz częstotliwościowych bądź czasowo – częstotliwościowych pozwala to określić, który z elementów łożyska uległ uszkodzeniu.

Częstotliwości powtarzania wymuszeń wywołanych uszkodzeniem określają zależności 3 - 5 [1, 2, 3, 4, 6, 23, 24]:

- w przypadku defektu bieżni zewnętrznej:

$$f_{bz} = \frac{e}{2} f_r \left( 1 - \frac{d}{D} \cos \beta \right) \quad (3)$$

- w przypadku defektu bieżni wewnętrznej:

$$f_{bw} = \frac{e}{2} f_r \left( 1 + \frac{d}{D} \cos \beta \right) \quad (4)$$

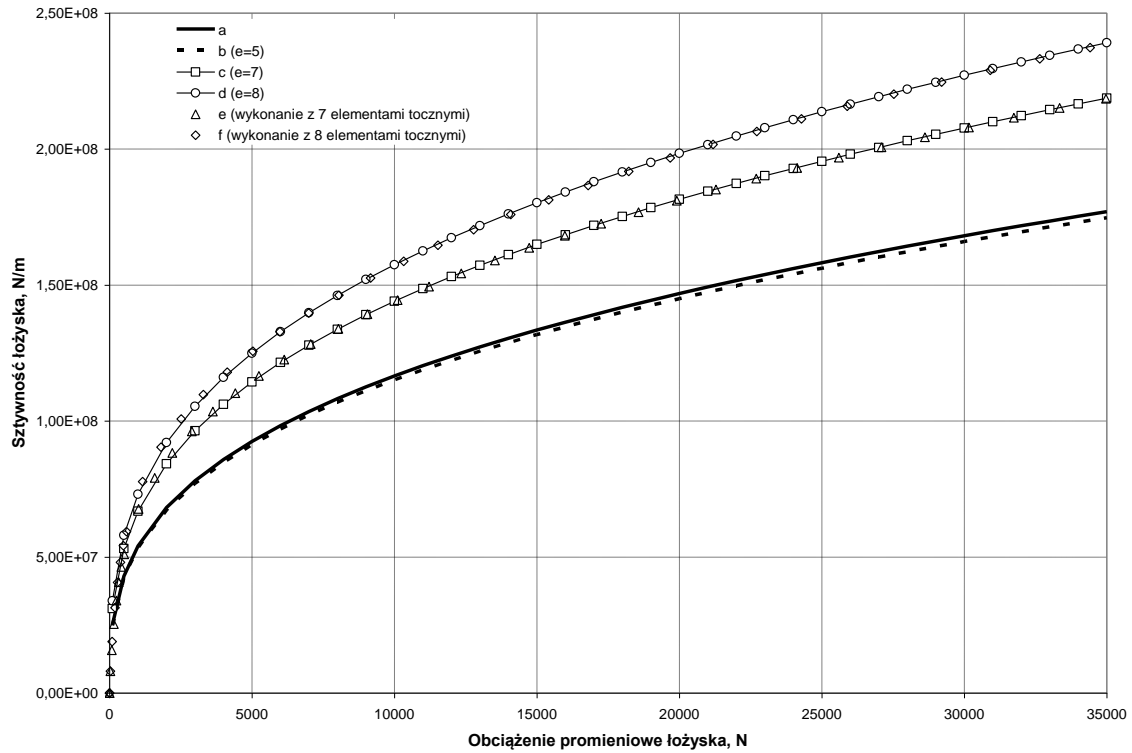
- w przypadku defektu jednego elementu tocznego:

$$f_{et} = \frac{D}{d} f_r \left( 1 - \frac{d^2}{D^2} \cos^2 \beta \right), \quad (5)$$

gdzie:

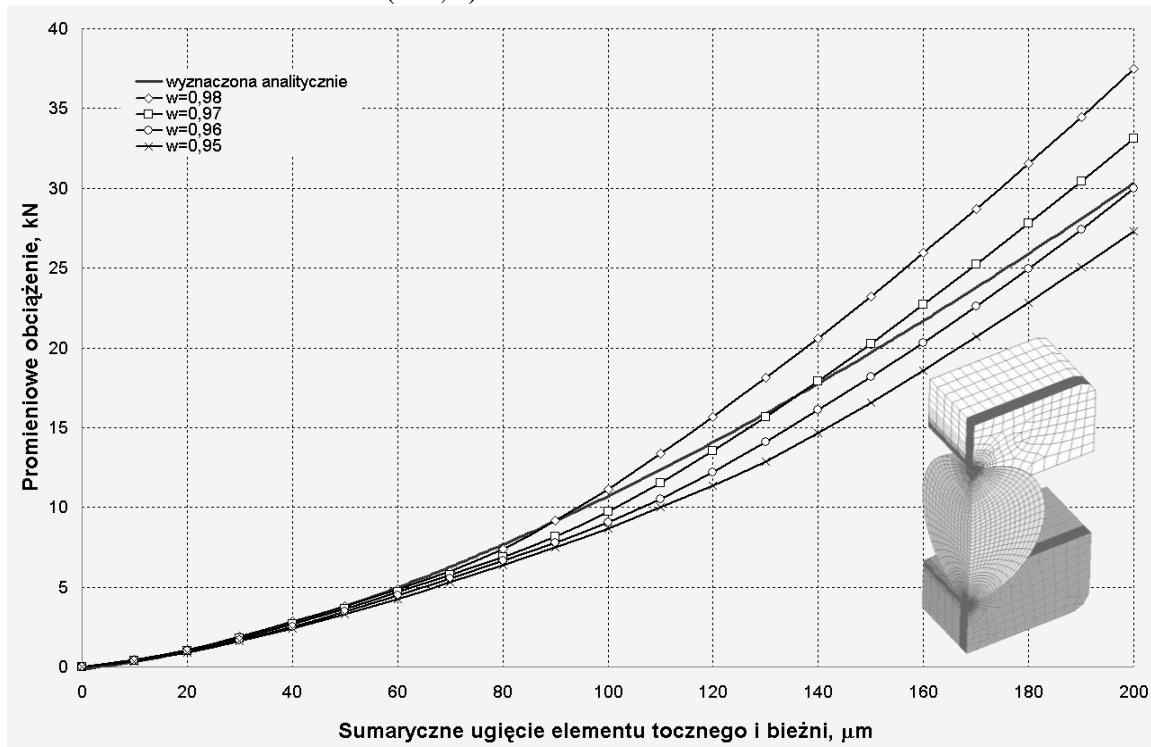
- $e$  – liczba elementów tocznych,
- $f_r$  – względna częstotliwość obrotu między bieżnią wewnętrzną i zewnętrzną,
- $d$  – średnica elementu tocznego,
- $D$  – średnica podziałowa,
- $\beta$  – kąt działania łożyska.

Modelowanie uszkodzeń łożysk można zrealizować poprzez okresowe, wynikające z zależności geometrycznych w łożyskach, obniżanie ich sztywności. Korzystając jednak z zaproponowanej metody wyznaczania sztywności łożysk, zdecydowano się na modelowanie uszkodzenia bieżni zewnętrznej i wewnętrznej poprzez wynikającą z niego zmianę wielkości odkształcenia.



Rys. 1. Zmiany sztywności łożyska 6307 w funkcji promieniowego obciążenia: a – wzór 1; b, c, d – wzór 2 (odpowiednio dla  $e=5, 7$  i  $8$ ); e, f – wyznaczone z wykorzystaniem charakterystyki sztywności układu element toczny – bieżnie łożyska (odpowiednio dla  $e=7$  i  $8$ )

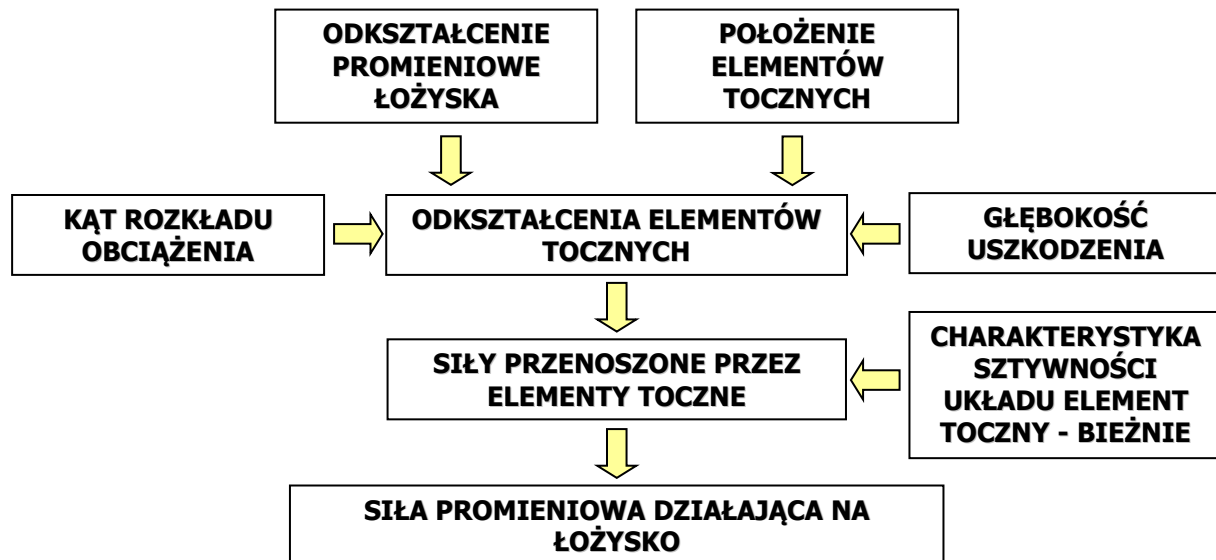
Abb. 1. Charakteristiken der Steifheit des Lagers 6307: a – Formel 1; b, c, d – Formel 2 ( $e=5, 7, 8$ ); e, f – bestimmt mit der FEM ( $e=7, 8$ )



Rys. 2. Charakterystyki sztywności układu bieżnia zewnętrzna – element toczny – bieżnia wewnętrzna określone z użyciem MES dla różnych współczynników przystawania oraz charakterystyka wyznaczona analitycznie

Abb. 2. Charakteristiken der Steifheit des Systems: Laufbahnen – Kugel

W każdym kroku symulacji wyznaczane są współrzędne współpracy elementu tocznego z bieżnią zewnętrzną oraz bieżnią wewnętrzną oraz sumaryczne odkształcenie promieniowe łożyska. Na odcinku współpracy uszkodzonego fragmentu bieżni z elementem tocznym odkształcenie promieniowe jest korygowane o wartość wynikającą z kształtu bieżni w miejscu uszkodzenia (rys. 3). Takie podejście pozwala na bezpośrednie określenie wielkości oraz kształtu uszkodzenia zamiast bezpośredniego podawania lokalnego spadku sztywności łożyska.



Rys. 3. Algorytm wyznaczania siły w łożysku

Abb. 3. Der Algorithmus der Berechnung der Kraft im Lager

#### 4. ANALIZA PRZYKŁADOWYCH WYNIKÓW OBLICZEŃ

Analizom poddano sygnały przyspieszeń drgań wału zębniaka przekładni badanej stanowiska FZG. Do analiz wykorzystano transformatę Wignera-Ville'a z oknem filtracyjnym Choi-Williamsa, opisaną zależnością:

$$WVD(f, t) = \int x^* \left(t - \frac{\tau}{2}\right) x \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f t} e^{-\left(\frac{f\tau}{\sigma}\right)^2} d\tau, \quad (6)$$

gdzie:

$x^*(t)$  – sygnał urojony sprzężony z  $x(t)$ ,

$t$  – przesunięcie w dziedzinie czasu,

$f$  – przesunięcie w dziedzinie częstotliwości.

Podczas obliczeń zasymulowano uszkodzenia bieżni wewnętrznej i zewnętrznej łożyska 6208, którego podstawowe dane geometryczne są następujące [21]:

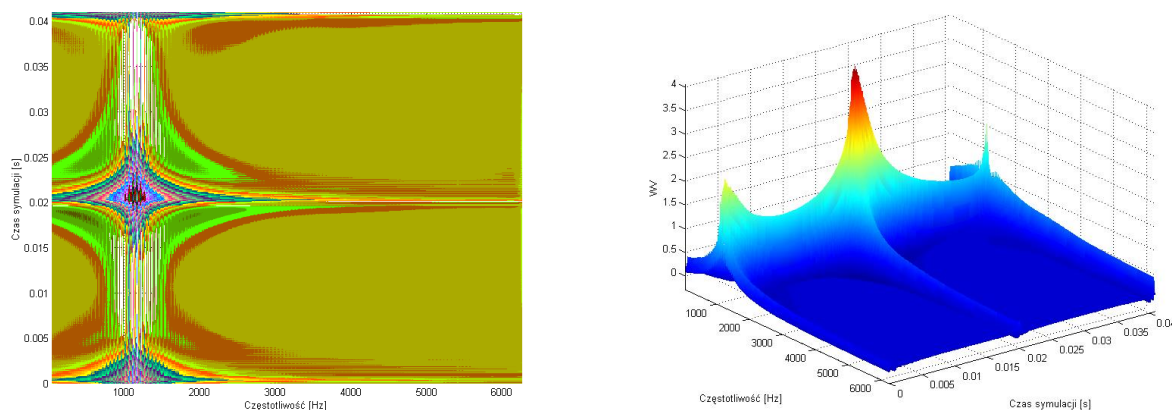
- średnica zewnętrzna  $D = 80$  mm;
- średnica wewnętrzna  $d = 40$  mm;
- szerokość łożyska  $B = 18$  mm.

Przyjęto, że łożysko posiada  $e = 8$  elementów tocznych oraz względna częstotliwość obrotu między bieżnią wewnętrzną i zewnętrzną wynosi  $f_r = 15$  Hz (odpowiadało to prędkości obrotowej wału zębniaka, na którym zamontowano badane łożysko, równej  $n_l = 900$  obr/min).

Częstotliwości charakterystyczne towarzyszące pracy łożyska z uszkodzonymi bieżniami są następujące:

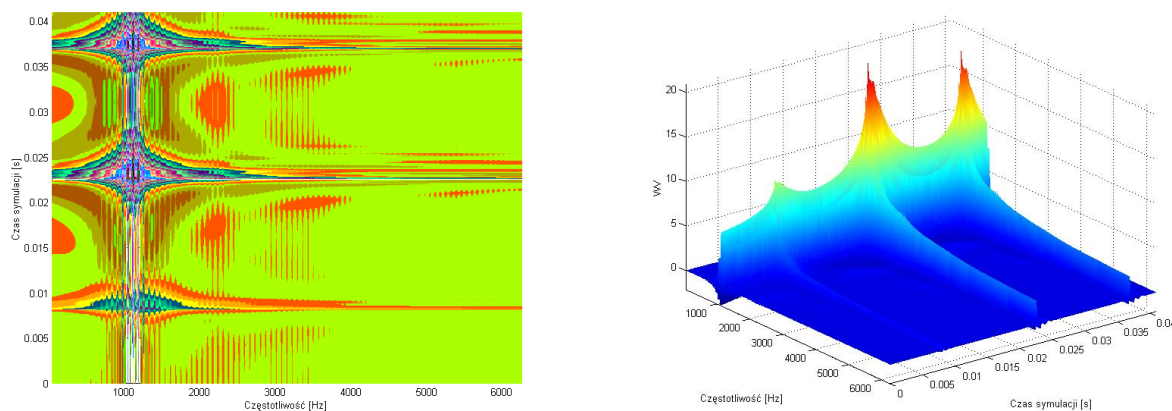
- w przypadku defektu bieżni zewnętrznej  $f_{bz} = 49,2$  Hz,
- w przypadku defektu bieżni wewnętrznej  $f_{bw} = 70,8$  Hz.

Na rysunkach 4 i 5 przedstawiono wyniki analiz czasowo – częstotliwościowych Wignera-Ville’a sygnału przyspieszeń drgań odpowiednio łożyska z uszkodzoną bieżnią zewnętrzną i wewnętrzną.



Rys. 4. Czasowo – częstotliwościowy rozkład Wignera-Ville’a przyspieszeń drgań wału zębniaka, uszkodzona bieżnia zewnętrzna jednego z łożysk wału

Abb. 4. Wigner-Ville Distribution der Schwingungsbeschleunigungen der Ritzelwelle, die beschädigte äußere Laufbahn des Lagers



Rys. 5. Czasowo – częstotliwościowy rozkład Wignera-Ville’a przyspieszeń drgań wału zębniaka, uszkodzona bieżnia wewnętrzna jednego z łożysk wału

Abb. 5. Wigner-Ville Distribution der Schwingungsbeschleunigungen der Ritzelwelle, die beschädigte innere Laufbahn des Lagers

Czas pomiędzy lokalnymi wartościami maksymalnymi w rozkładach WV odpowiada okresom wejścia elementu tocznego w kontakt z uszkodzonym fragmentem bieżni. W widmach dominują harmoniczne częstotliwości zazębienia, zmodulowane częstotliwościami charakterystycznymi uszkodzeń łożyska.

## 5. PODSUMOWANIE

Drgania generowane przez sprawne łożyska toczne wynikają głównie ze zmiennej liczby elementów tocznych przenoszących obciążenie. W przypadku dużej liczby elementów tocznych ich wpływ na wibroaktywność przekładni zębatych jest pomijalnie mały.

Inny, impulsowy charakter posiadają zaburzenia wywołane uszkodzeniami elementów łożysk, tj. bieżni zewnętrznej, wewnętrznej, elementu tocznego lub koszyka. Na przedstawionych rozkładach WV wyraźnie widoczne są wejścia w kontakt uszkodzonych fragmentów bieżni z elementem tocznym. Zjawisko to, w połączeniu z informacją o częstotliwościach charakterystycznych łożyska pozwala określić aktualny stan łożyska oraz element, który uległ uszkodzeniu. Konieczne jednak może się okazać prowadzenie analizy w wąskim paśmie częstotliwości, zawierającym częstotliwości charakterystyczne elementów łożyska bądź wstępne filtrowanie sygnału, usuwające zaburzenia niewynikające z pracy i stanu łożyska.

## Bibliografia

1. Benko U., Petrovčič J., Juričić D., Tavčar J., Rejec J., Stefanovska A.: Fault diagnosis of a vacuum cleaner motor by means of sound analysis. *Journal of Sound and Vibration* 276/2004.
2. Brie D.: Modelling of the spalled rolling element bearing vibration signal: An overview and some new results. *Mechanical Systems and Signal Processing* 14(3)/2000.
3. Cempel C.: Podstawy wibroakustycznej diagnostyki maszyn. WNT, Warszawa 1982.
4. Dempsey P., Lewicki D. G., Decker H. J.: Transmission Bearing Damage Detection Using Decision Fusion Analysis. NASA Technical Memorandum 213382, 2004.
5. Dziurdź J.: Wibroakustyczna analiza obciążenia łożyska tocznego. XXXIII Ogólnopolskie Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka 2006.
6. Ericsson S., Grip N., Johansson E., Persson L.-E., Sjöberg R., Strömberg J.-O.: Towards automatic detection of local bearing defects in rotating machines. *Mechanical Systems and Signal Processing* 19/2005.
7. Figlus T.: Metoda drganiowa diagnozowania stanu kół zębatych w przypadkach zużycia i uszkodzeń łożysk tocznych przekładni. Rozprawa doktorska. Politechnika Śląska, Katowice 2005.
8. Holm-Hansen B. T., Gao R. X.: Structural design and analysis for a sensor integrated ball bearing. *Finite Elements in Analysis and Design* 34/2000.
9. Kaczor J., Raczyński A.: Wpływ współczynnika przylegania na naprężenia kontaktowe łożysk wału trzypodporowego. XXIII Sympozjon Podstaw Konstrukcji Maszyn, Rzeszów – Przemysł 2007.
10. Kiral Z., Karagülle H.: Simulation and analysis of vibration signals generated by rolling element bearing with defects. *Tribology International* 36/2003.
11. Krzemiński - Freda H.: łożyska toczne. PWN, Warszawa 1985.
12. Łazarz B.: Modelowanie lokalnych uszkodzeń kół zębatych do celów diagnostycznych. *Diagnostyka* '26.
13. Łazarz B., Peruń G.: Model dynamiczny stanowiska do badań przekładni zębatych pracujących w układzie mocy krążącej. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Transport, z. 63, Gliwice 2006.*

14. Łazarz B., Peruń G.: Modelowanie łożysk tocznych w układach napędowych z przekładnią zębatą. Materiały XXXV Jubileuszowego Ogólnopolskiego Sympozjum Diagnostyka Maszyn, Węgierska Górka 2008.
15. Łazarz B., Peruń G., Bucki S.: Application of the Finite Element Method for determining the stiffness of rolling bearings. Problemy Transportu. Tom 3, zeszyt 3. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2008.
16. McFadden P.D., Smith J. D.: Model for vibration produced by single point defect in a rolling element bearing. Journal of Sound and Vibration 96 (1)/1984.
17. Müller L.: Przekładnie zębate. Dynamika. WNT, Warszawa 1986.
18. Peruń G., Bucki S.: Zastosowanie metody elementów skończonych do modelowania układu bieżnia wewnętrzna łożyska – element toczny – bieżni zewnętrzna. VII Międzynarodowe Seminarium Degradacji Systemów Technicznych, Liptovský Mikuláš 2008.
19. Randall R. B.: Detection and diagnosis of incipient bearing failure in helicopter gearboxes. Engineering Failure Analysis 11/2004.
20. Sawalhi N., Randall R.B., Endo H.: The enhancement of fault detection and diagnosis in rolling element bearings using minimum entropy deconvolution combined with spectral kurtosis. Mechanical Systems and Signal Processing 21/2007.
21. SKF Katalog główny. SKF, 2007.
22. Smolnicki T., Rusiński E., Malcher K.: Modele dyskretne łożysk wieńcowych w maszynach podstawowych górnictwa odkrywkowego. III Konwersatorium Bezpieczeństwo oraz degradacja maszyn, Wrocław – Szklarska Poręba 1997.
23. Tandon N., Choudhury A.: A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings. Tribology International 32/1999.
24. Tandon N., Choudhury A.: An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to a localized defect. Journal of Sound and Vibration 205(3)/1997.
25. Wilk A., Łazarz B., Madej H.: Wibroakustyczne symptomy uszkodzeń kół i łożysk tocznych przekładni zębatej. Szybkobieżne Pojazdy Gąsienicowe nr 1. OBRUM, Gliwice 2004.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Dąbrowski

*Praca wykonana w ramach BW-511/RT2/2008*